

Олимпиадные задания

Задание 1.

Архив фотографий укладывают в порядке их нумерации в одинаковые альбомы, ровно по 4 фотографии на одну страницу. При этом 81-ая по счёту фотография попала на 5-ую страницу одного из альбомов, 171-ая — на 3-ю страницу другого. Сколько фотографий вмещает каждый альбом?

Задание 2.

Том Сойер, Сид Сойер и Гек Финн красили забор. Вначале Том красил один в течение времени, за которое Сид и Гек, работая вместе, могли бы покрасить половину забора. Затем красил один Сид в течение времени, за которое Том и Гек, работая вместе, могли бы покрасить $\frac{5}{4}$ всего забора. Потом красил один Гек в течение времени, за которое Том и Сид, работая вместе, могли бы покрасить четверть всего забора. В результате весь забор был покрашен. Во сколько раз быстрее они окончили бы работу, если бы с самого начала все время работали вместе? (Предполагается, что скорость работы каждого мальчика постоянна.)

Задание 3.

В треугольнике ABC , площадь которого равна 20, проведена медиана CD . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $AC = \sqrt{41}$, а центр окружности, вписанной в треугольник ACD , лежит на окружности, описанной около треугольника BCD .

Задание 4.

Артем выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1;45]$, $[46;90]$, $[91;135]$, $[136, 180]$; $[181;225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое наименьшее значение может принимать сумма тридцати чисел, выбранных Артемом?

Задание 5.

Маша и Саша играют в следующую игру. Перед ними три кучки камней. В первой из них лежит 7 камней, во второй – 9 камней, в третьей – 11 камней. За один ход разрешается взять либо один камень из любой кучки, либо взять по одному камню из любых двух кучек. Ходят по очереди. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Маша ходит второй. Сможет ли она выиграть в этой игре независимо от ходов Саши?