

11 класс

1. Решите уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+2024} + \sqrt{x+2025}} - 1 = 0.$$

2. На столе лежит N камней. Два игрока ходят по очереди. За ход можно взять 1, 2 или 4 камня. Игрок, который не может сделать ход (когда камней не осталось), проигрывает. Для каких значений N у первого игрока есть выигрышная стратегия? Обоснуйте ответ.

3. Математик рассматривает в магазине часов исправно работающие механические секундомеры. Его интересует сумма расстояний от некоторой заданной точки до центров циферблатов секундомеров и сумма расстояний до концов стрелок секундомеров до той же точки. Верно ли, что в какой-то момент времени вторая сумма расстояний окажется больше чем первая? Ответ обоснуйте.

4. При каких значениях α неравенство

$$2 - 2\cos\alpha x \cos 3x - \sin^2 3x > 0 \text{ верно для всех } x \in \mathbb{R}?$$

5. $DABC$ - треугольная пирамида, у которой ребра DC , DB и DA -взаимно-перпендикулярны. M принадлежит плоскости ABC причем расстояние от этой точки до ребра DC равно 10, до ребра DB равно $4\sqrt{5}$ и до ребра DA равна $2\sqrt{13}$. Найдите минимально возможный объем пирамиды $DABC$.

6. На плоскости заданы точки A, B, C, D, E и P такие, что:

- точки A, B, C, D, E лежат на окружности ω , а точка P лежит вне этой окружности;
- прямые PB и PD касаются окружности ω ;
- точки P, A, C лежат на одной прямой и $DE \parallel AC$.

В каком отношении BE делит отрезок AC ?