

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

2025-2026 учебный год

11 класс

Инструкция по выполнению заданий:

Вам предлагается решить математические задачи, записать в каждой из них ответ и привести его обоснование (нужно записать полное развёрнутое решение). Задачи можно решать в любом порядке. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Время выполнения заданий - 235 минут.

11.1. Среди 14 человек 7 лжецов (они всегда лгут) и 7 рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали конверт, причём ровно в 7 из них положили открытку. У людей спросили, есть ли у них в конверте открытка. Могло ли оказаться, что 7 из них ответили «да», а 7 ответили «нет»?

11.2. Дана тройка последовательных неоднозначных простых чисел таких, что их среднее арифметическое – также простое число. Докажите, что эти числа образуют арифметическую прогрессию, разность которой делится на 6.

11.3. Петя вырезал из картона 19 треугольников, у каждого из которых одна из сторон (будем называть её *основанием*) равна 2, а две другие (будем называть их *боковыми сторонами*) – целочисленные. Затем он сложил эти треугольники так, что их вершины совпали, а основания образовали 19-звенную пространственную замкнутую ломаную. Докажите, что если у одного из треугольников есть боковая сторона длины 25, то сумма периметров всех треугольников не меньше 808.

11.4. На тригонометрической окружности отметили вершины правильного 28-угольника, причём одна вершина попала в точку $(1; 0)$. Два игрока по очереди красят по одной вершине своим цветом. Дважды красить вершины нельзя. Игра заканчивается, когда покрашены все вершины. После чего первый игрок считает сумму S_1 – сумму модулей синусов углов, соответствующих точкам, покрашенным цветом первого игрока. Второй игрок считает сумму S_2 – сумму модулей косинусов углов, соответствующих точкам, покрашенным цветом второго игрока. Если $S_1 > S_2$, то выигрывает первый игрок. Иначе выигрывает второй. Кто выигрывает при правильной игре?

11.5. Верно ли, что у уравнения $a^3 - b^3 = c^4$ есть решение в натуральных числах такое, что $c > 5^{2025}$?