

Условия задач

(районная математическая олимпиада 2025 г.)

11 класс

1. Пусть $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Чему равно значение выражения $\frac{\Phi\varphi \cdot \varphi^\Phi}{\varphi} + \frac{\Phi^\Phi \cdot \varphi^\Phi}{\Phi}$?
2. Имеется четыре кучки одинаковых монет: в двух кучках по 2025 монет, в третьей – 2024 монеты, а в четвертой – 2026 монет. Играют двое. Ходы делают по очереди. За один ход игрок может взять любое количество монет из любой кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Как играть, чтобы выиграть?
3. Каждая сторона треугольника ABC разделена на 3 равных отрезка. Точки деления, прилежащие к вершинам углов (по одной на каждой стороне) соответственно соединены с вершинами противоположных углов. Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь образовавшегося внутреннего треугольника?
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{2} \operatorname{tg} z; \\ \cos x + \cos y = \sqrt{2} \operatorname{ctg} z \end{cases}$$
5. Даны цифры 1, 9, 5, 7. Сколько различных десятизначных чисел можно составить из этих цифр так, чтобы две рядом стоящие цифры были различными и при этом нужно использовать все четыре цифры?