

11 класс

- 11.1. Найдите все такие целые положительные числа n , у которых есть два таких различных делителя s и t , что $s < t$ и $t - n/3 = n/3 - s$.
- 11.2. Натуральные числа a, b, c такие, что $\text{НОД}(a, b, c) = 1$ и $1/a + 1/b = 1/c$. Докажите, что $a + b = t^2$ для некоторого натурального числа t .
- 11.3. Диагонали AC и BD вписанного в окружность с центром O четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны. Докажите, что сторона CD вдвое больше расстояния от точки O до стороны AB .
- 11.4. Дан квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами, удовлетворяющий неравенству $f(x) \geq -9/10$ при любом x . Докажите, что $f(x) \geq -1/4$ при любом x .
- 11.5. Дано множество A из 100 натуральных чисел, каждое из которых не меньше 1 и не больше 6, и натуральное число $t \leq 100$. За один ход можно выбрать произвольные t чисел из A и увеличить на 1 каждое из них, если оно меньше 6, а каждое число, равное 6, заменить на 1. Найдите все значения t , для которых при любом множестве A найдётся такая конечная последовательность ходов, что в результате каждое из чисел станет равным 6.