

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
11 класс

Задача 11.1

В шахматном турнире участвовало 8 человек и все они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько четыре последних вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие третье и седьмое места? Выигрыш оценивается в 1 балл, проигрыш – 0 баллов, ничья – 0,5 баллов каждому.

Задача 11.2

Три автомата печатают на карточках пары натуральных чисел. Автоматы работают следующим образом, прочитав карточку $(a; b)$, выдает новую карточку $(a + 1, b + 1)$, второй, прочитав $(a; b)$, выдает карточку $(\frac{a}{2}, \frac{b}{2})$ (он работает только при четных a и b), третий автомат по двум карточкам $(a; b)$ и $(b; c)$, выдает карточку $(a; c)$. Кроме того, автоматы возвращают все прочитанные карточки. Пусть первоначально имеется одна карточка с парой чисел $(5; 19)$. Можно ли, используя автоматы в любом порядке, получить карточку: $(1; 50)$?

Задача 11.3

Решим в целых числах систему уравнений

$$\begin{cases} xz - 2yt = 3, \\ xt + yz = 1. \end{cases}$$

Задача 11.4

У Виктора восемь палочек, длина каждой из них не менее 100 мм и не более 2025 мм. Обязательно ли найдутся среди них три палочки, из которых можно составить треугольник?

Задача 11.5

В треугольник ABC угол C – прямой. На стороне AC треугольника отмечена точка M так, что $AM = BC$, на стороне BC – точка N так, что $BN = MC$. Найдите угол между прямыми AN и BM .