

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025-2026 уч.год
11 класс

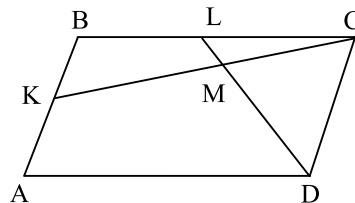
1. По кругу расставили 105 натуральных чисел. Докажите, что число пар соседей разной четности четно.
2. В кубе со стороной 1 размещено 2025 точек. Докажите, что найдутся три точки, которые можно заключить в сферу с радиусом $\frac{1}{11}$.
3. Учитель написал на доске натуральное число, назовем его n , дал задание найти все его делители (включая 1 и само число), разделить число $n - 1$ с остатком на каждый из найденных делителей, написать все найденные остатки на листок и сдать на проверку. Вася невнимательно выполнил задание: написал на листке все найденные неполные частные. Докажите, что Васин набор чисел будет засчитан как полностью правильный.

Разделить число y на x с остатком — это значит представить y как

$$y = xq + r, 0 \leq r < x$$

q называется неполным частным, r — остатком.

4. В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны AB , точка L — середина стороны BC , точка M — точка пересечения CK и DL . Найдите отношение площади четырехугольника $BKML$ к площади параллелограмма $ABCD$.



5. Область определения функции $f(x)$ — все действительные числа. Для любого x выполнено

$$f(f(f(x))) = 0$$

Какое наименьшее число корней может иметь функция $f(x)$?

Продолжительность выполнения заданий — 235 минут.

Максимальное количество баллов за каждую задачу — 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.

Не забудьте обосновать свои решения задач!