

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

2025-2026 учебный год

11 класс

11.1. Среди 18 человек 9 лжецов (они всегда лгут) и 9 рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали конверт, причём ровно в 9 из них положили открытку. У людей спросили, есть ли у них в конверте открытка. Могло ли оказаться, что 9 из них ответили «да», а 9 ответили «нет»?

11.2. Дана тройка последовательных неоднозначных простых чисел таких, что их среднее арифметическое – также простое число. Докажите, что эти числа образуют арифметическую прогрессию, разность которой делится на 6.

11.3. Петя вырезал из картона 21 треугольник, у каждого из которых одна из сторон (будем называть её *основанием*) равна 2, а две другие (будем называть их *боковыми сторонами*) – целочисленные. Затем он сложил эти треугольники так, что их вершины совпали, а основания образовали 21-звенную пространственную замкнутую ломаную. Докажите, что если у одного из треугольников есть боковая сторона длины 25, то сумма периметров всех треугольников не меньше 872.

11.4. На тригонометрической окружности отметили вершины правильного 20-угольника, причём одна вершина попала в точку $(1; 0)$. Два игрока по очереди красят по одной вершине своим цветом. Дважды красить вершины нельзя. Игра заканчивается, когда покрашены все вершины. После чего первый игрок считает сумму S_1 – сумму модулей синусов углов, соответствующих точкам, покрашенным цветом первого игрока. Второй игрок считает сумму S_2 – сумму модулей косинусов углов, соответствующих точкам, покрашенным цветом второго игрока. Если $S_1 > S_2$, то выигрывает первый игрок. Иначе выигрывает второй. Кто выигрывает при правильной игре?

11.5. Верно ли, что у уравнения $a^3 - b^3 = c^4$ есть решение в натуральных числах такое, что $c > 10^{2025}$?