

Всероссийская олимпиада школьников по математике

Муниципальный этап

Рязанская область

11 класс

1. Функция $f(x)$ определена при всех действительных x , причём при любом x выполнены равенства $f(x+2025)=f(2025-x)$ и $f(x+2026)=f(2026-x)$. Доказать, что $f(x)$ – периодическая функция.
2. К четырехзначному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, что и данное, но в обратном порядке. После того, как сумму разделили на 143, получили 136. Найдите все четырехзначные числа, удовлетворяющие этим условиям.
3. Чему равно произведение $\sin 1^\circ \cdot \sin 3^\circ \cdot \sin 5^\circ \cdot \dots \cdot \sin 87^\circ \cdot \sin 89^\circ$?
4. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность радиуса R . Пусть M и N – соответственно середины сторон AC и AB, а прямая MN пересекает дугу AC в точке P , а дугу AB в точке Q . Найдите $AP^2 + AQ^2$.
5. В некоторой семье есть братья и сёстры (как минимум 2 брата и как минимум 2 сестры). Час назад каждый брат в семье был в ссоре с одинаковым числом сестёр, а все сёстры были в ссоре с различным числом братьев. Но сейчас некоторые пары помирились, и теперь каждая сестра в ссоре с одинаковым числом братьев, а братья в ссоре с разным числом сестёр. Сколько же братьев и сколько сестёр в этой семье?