

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике
в Томской области в 2025-2026 учебном году
11 класс

Время выполнения заданий – 235 мин.

Максимальное количество первичных баллов – 35, итоговых – 100.

1. Известно, что числа p , $2p + 1$, $\frac{p+1}{2}$ – простые. Чему может равняться p ? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.

2. Чему равно значение выражения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$, если $\operatorname{tg} 2x = \frac{2\sqrt{7}}{119}$? Ответ не должен содержать корни и степени с дробным показателем.

3. Парабола с уравнением $y = -x^2 + px + q$, проходящая через начало координат O , пересекает в точках A и B параболу с уравнением $y = x^2 + rx + s$, проходящую через точку C на оси Oy . Докажите, что прямая AB пересекает отрезок OC в его середине.

4. На доске написано натуральное трёхзначное число. Андрей выполняет с написанным на доске числом одно из трёх действий: увеличивает его на 25%, или увеличивает его на 60%, или уменьшает его на 60% (получившееся число уже не обязано быть натуральным). После этого результат действия записывается на доску, а предыдущее число стирается. С новым числом также выполняется одно из трёх действий и т. д. Оказалось, что после нескольких таких действий первоначальное число увеличилось на 2025. Какое число было первоначально написано на доске? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.

5. Из точки M , лежащей на продолжении диаметра AB полуокружности ω за точку A , проведена прямая, пересекающая полуокружность в точках C и D , и вторая прямая, пересекающая полуокружность в точках E и F , причём C лежит между M и D , а E лежит между M и F . На диаметре AB выбрана точка N такая, что $\angle ANC = \angle BND$. Докажите, что $\angle CNE = \angle DNF$.