

Всероссийская олимпиада школьников по математике 2025–2026
Муниципальный этап. 11 класс

11.1 Пусть $f(x) = \frac{a^x}{a^x + \sqrt{a}}$, где a — положительное действительное число, не равное единице. Для каждого такого a найдите значение выражения

$$f\left(\frac{1}{101}\right) + f\left(\frac{2}{101}\right) + f\left(\frac{3}{101}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{101}\right).$$

11.2 Про некоторую компанию людей известно, что любые два человека, у которых одинаковое количество друзей в этой компании, не имеют общих друзей. Докажите, что в этой компании найдётся человек, у которого ровно один друг. (Предполагается, что по крайней мере одна пара друзей в этой компании имеется).

11.3 В квадрате 100×100 расставлены ненулевые числа так, что в каждой строке числа образуют арифметическую прогрессию, а в каждом столбце — геометрическую прогрессию. Докажите, что знаменатели всех геометрических прогрессий совпадают.

11.4 Один ряд стадиона рассчитан на 200 зрителей. На футбольный матч пришло 2000 учащихся из разных школ города, при этом от каждой школы пришло не более 40 человек. Все учащиеся одной школы должны сидеть в одном ряду. Какое наименьшее количество рядов при этом потребуется?

11.5 В окружности ω_1 проведён диаметр $AB = 20$. Хорда $CD = 16$ перпендикулярна диаметру AB и пересекает его в точке N , причём $AN > NB$. Окружность ω_2 с центром в C и радиусом CN пересекает ω_1 в точках P и Q . Отрезки PQ и CD пересекаются в точке M . Найдите длину AM .