

*Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике
Ханты-Мансийский автономный округ – Югра
2025-2026 учебный год*

11 класс

1. Доказать, что на множестве действительных чисел уравнение $x^4 - 4x^3 - 1 = 0$ не имеет корней. (Указание: выполнить подстановку $x = \frac{1}{z}$)

2. В выпуклом четырехугольнике сумма квадратов сторон и диагоналей равна m . Доказать, что его площадь не превосходит $\frac{m}{8}$.

3. Приведите пример числа x , для которого выполняется равенство
$$\sin 2026x - \operatorname{ctg} 2025x = \cos 2024x - 2\operatorname{tg} 2025x.$$
Ответ обоснуйте.

4. За круглым столом сидят 22 толстяка. Суммарный вес любых семи подряд сидящих отличается от семи центнеров не более чем на 13 грамм, а любых трех подряд сидящих превосходит три центнера не менее чем на 4 грамма. Найдите максимально возможную разницу в весе двух рядом сидящих толстяков.

5. Вася решил раскрасить таблицу размером 7×8 (7 строк и 8 столбцов) в цвета светофора. В результате его трудов получилось, что в каждом столбце и количество желтых и количество зеленых клеток не превышает количество красных. А в каждой строке и число красных и число зеленых клеток не превышает количество желтых клеток. Сколько клеток Вася закрасил в зеленый цвет?