

7 класс. Условия

Максимальное время выполнения заданий: 235 минут.

Все задания оцениваются из 7 баллов.

1. По кругу через равные промежутки стоят 8 ребят. У каждого из них есть мячик. Раз в минуту каждый ребенок кидает мячик, который у него есть в данный момент, одному из своих соседей или ребенку, стоящему напротив. Могло ли по прошествии 5 минут оказаться, что у каждого ребенка есть тот же мячик, который был у него изначально, при этом в каждый момент времени у каждого ребенка был ровно один мячик?

2. Пятиклассник Петя прослушал, как сокращать дроби. Он подумал, что сократить дробь — это попарно зачеркнуть одинаковые цифры и в числителе, и в знаменателе дроби. Например, дробь $\frac{123}{3513}$ Петя может сократить так $\frac{12\cancel{3}}{351\cancel{3}} = \frac{2}{53}$, или так $\frac{1\cancel{2}3}{351\cancel{3}} = \frac{2}{35}$. Учитель задал пример на сокращение дроби, где числитель и знаменатель — двузначные числа с ненулевыми цифрами. Петя решил задачу своим способом и при этом получил верный результат, равный $\frac{1}{5}$. Найдите все дроби, которые мог задать учитель Пете.

3. Автобус поехал из города в деревню. Сначала он ехал по шоссе со скоростью 80 км/ч, потом — по проселочной дороге со скоростью 60 км/ч, а затем — по бездорожью со скоростью 40 км/ч. За 4 часа он проехал 250 километров. На что он потратил больше времени — на езду по шоссе или езду по бездорожью?

4. На клетчатой бумаге со стороной клетки, равной 1, обведены по линиям сетки 20 прямоугольников. Для каждого прямоугольника Максим посчитал и выписал на доску его площадь и периметр. Могло ли так случиться, что на доске были записаны в некотором порядке все натуральные числа от 21 до 60 включительно?

5. Миша составил натуральное число x из цифр 6, 7, 8, 9, 0, используя каждую из них хотя бы по одному разу. Федя составил натуральное число y из цифр 1, 2, 3, 4, 5, используя каждую из них хотя бы одному разу. Могло ли так оказаться, что $y = 3x$?