

Олимпиадные задания

Задание 1.

Прошедшим летом в разное время друзья Артем и Тимофей совершили поездку в г. Санкт-Петербург на поезде. Поезда, в которых Артем возвращался домой, а Тимофей только направлялся г. Санкт-Петербург, встретились недалеко от станции Бологое. Ровно через 24 секунды после встречи первых вагонов поездов, Артем, сидя в купе второго вагона, поравнялся с пассажиром встречного поезда Тимофеем, а еще через 40 секунд последние вагоны этих поездов полностью разъехались. В каком по счету вагоне ехал Тимофей, если поезда двигались навстречу друг другу с постоянными скоростями и содержали по 16 одинаковых вагонов каждый?

Задание 2.

Семиклассники Артем и Тимофей дружат с детского сада, и свободное время обычно проводят вместе. Играя в футбол, мальчики обратили внимание на то, что футбольный мяч сшит из 32 кусочков кожи: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Причем, каждый черный кусочек граничит только с белыми кусочками, а каждый белый кусочек граничит с тремя черными и тремя белыми кусочками кожи. Мальчики задумались, как можно подсчитать, сколько кусочков кожи черного цвета может понадобиться для изготовления футбольного мяча?

Задание 3.

Пятеро друзей отмечали день рождения Тимофея. На праздник Артем принес торт квадратной формы. Тимофей захотел разделить торт на 5 кусков, одинаковых по весу, разрезами, параллельными между собой, но не параллельными краям торта. Смогут ли друзья помочь ему это сделать? Ответ обоснуйте.

Задание 4.

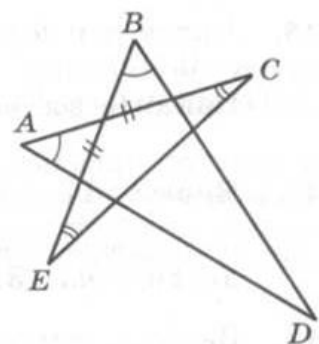


Рис.1.

У звезды ACEBD на рис.1. равны углы при вершинах А и В, углы при вершинах Е и С, а также равны длины отрезков С и ВЕ. Докажите, что $AD = BD$.

Задание 5.

Артем и Тимофей независимо друг от друга решают математическую задачу. У каждого из них записано число **123456789**. У написанного числа выбираются две соседние цифры, если ни одна из них не равна нулю, из каждой вычитается по единице и выбранные цифры меняются местами (например, $123\underline{45}6789 \rightarrow 123\underline{43}6789 \rightarrow \dots$). Какое наименьшее число должно получиться у мальчиков в результате таких операций? Ответ обоснуйте.