

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап

7 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач!

7.1. Дано двузначное число $\overline{ab}$, сумма цифр которого в пять раз меньше самого числа. Найдите все такие двузначные числа. Ответ поясните.

7.2. В некоторых странах дату записывают так: номер месяца, номер дня, год. В России сначала идёт число, потом месяц и год. Посчитайте количество дней года, дату которых нельзя прочитать однозначно, не зная, каким способом она записана?

7.3. Может ли разность двух чисел вида $n^2 + 4n$ (n – натуральное число), равняться 2026?

7.4. Дан прямоугольник $ABCD$. На стороне BC прямоугольника $ABCD$ взята точка K , а на стороне AD взята точка M так, что $BK = DM$. Отрезки AK и BM пересекаются в точке P , а отрезки DK и CM – в точке N . Докажите, что треугольники PAB и NCD равны.

7.5. На доске написано число 123 456 789. У написанного числа выбираются две соседние цифры, если ни одна из них не равна нулю, из каждой вычитается по единице, и выбранные цифры меняются местами (например, $123\underline{4}56789 \rightarrow 123\underline{4}36789 \rightarrow \dots$). Какое наименьшее число может быть получено в результате таких операций?