

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

2025-2026 учебный год

8 класс

Инструкция по выполнению заданий:

Вам предлагается решить математические задачи, записать в каждой из них ответ и привести его обоснование (нужно записать полное развёрнутое решение). Задачи можно решать в любом порядке. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Время выполнения заданий - 235 минут.

8.1. Из цифр 0, 1, 2, ..., 9 составили два пятизначных числа A и B (все цифры использованы, на 0 число начинаться не может). Может ли оказаться так, что число A делится на каждую цифру числа B , кроме 0, а число B делится на каждую цифру числа A ?

8.2. Среди 22 человек 11 лжецов (они всегда лгут) и 11 рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали конверт, причём ровно в 11 из них положили открытку. У людей спросили, есть ли у них в конверте открытка. Могло ли оказаться, что 11 из них ответили «да», а 11 ответили «нет»?

8.3. На стороне AB треугольника ABC выбрана точка P . Оказалось, что угол APC в два раза больше угла ABC , угол BPC в два раза больше угла BAC . Найдите PC , если $MN = 4$, где точка M – середина стороны AC , а точка N – середина стороны BC .

8.4. Олег утверждает, что какие бы 80 попарно различных натуральных чисел ему не дали, он может выложить их в ряд так, что среди сумм соседних чисел встретится не менее N составных. Какое наибольшее значение может принимать N ?

8.5. Можно ли выбрать числа $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ так, что произведения $a_1 a_2 a_3 a_4$, $a_2 a_3 a_4 a_5, \dots, a_8 a_9 a_{10} a_1$, $a_9 a_{10} a_1 a_2$, $a_{10} a_1 a_2 a_3$, записанные в некотором порядке, образовывали последовательные натуральные числа 21, 22, 23, ..., 30?