

Условия задач

(районная математическая олимпиада 2025 г.)

8 класс

1. Докажите, что по крайней мере одно из квадратных уравнений

$$20px^2 + mx + 25 = 0 \quad \text{или} \quad 25x^2 + nx - 20p = 0$$

имеет решение. (p , m и n - произвольные действительные числа, $p \neq 0$).

2. На межгалактический съезд прилетело несколько инопланетян с планеты Альфа, астероида Вега и созвездия Кассиопея. Каждый инопланетянин с планеты Альфа имеет два телескопа и два скафандра, каждый инопланетянин с астероида Вега – два телескопа, четыре скафандра и один планшет, а у каждого инопланетянина с созвездия Кассиопея есть только один планшет и два скафандра. Всего на съезде насчитали 500 планшетов и 1025 телескопов. А сколько насчитали скафандров?

3. Дана функция $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Докажите равенство:

$$f\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) \cdot f(-x).$$

4. Замените буквы различными цифрами так, чтобы равенство было верным:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = \overline{a_9 a_{10}},$$

где $\overline{a_9 a_{10}}$ – двузначное число, составленное из цифр a_9 и a_{10} .

5. Дана трапеция $MNPQ$, в которой MN и PQ боковые стороны. На стороне MN взята точка L так, что $QL \perp MN$. Докажите, что $LP = PQ$.