

8 класс

8.1. Найдите количество всех таких четырёхзначных чисел, которые делятся на 2, 3, 4, 5, 6 и 7, но не делятся на 8 и не делятся на 9.

8.2. Докажите, что если $x + 1 > 0$, $y + 1 > 0$ и $x + y = 1$, то справедливо неравенство

$$\frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+1} \geq -\frac{2}{3}$$

При каких x и y выполняется равенство?

8.3. На боковых сторонах MN и KN равнобедренного треугольника MNK взяты точки U и V соответственно. Отрезки MV и KU пересекаются в точке T . Докажите, что если площадь четырёхугольника $UNVT$ равна площади треугольника MTK , то $MU = NV$.

8.4. Есть $2n$ чёрных точек и n жёлтых. Между любыми двумя точками проведен отрезок со стрелкой так, что отрезков, выходящих из всех чёрных точек в 1,4 раза меньше, чем отрезков, выходящих из всех жёлтых точек. Найдите все возможные значения n . Для любого из этих n приведите подходящий пример.

8.5. Каждое целое положительное число покрасили в чёрный или в белый цвет. Верно ли, что найдутся два разных числа одного цвета, среднее арифметическое (полусумма) которых есть натуральное число того же цвета?