

Дорогие участники олимпиады!

Поздравляем Вас с участием в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике.

На выполнение заданий отводится 235 минут.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.

Успеха Вам в работе!

1. В подземелье у гномов в один ряд стоят 2016 сундуков с сокровищами: некоторые из них закрыты, некоторые – открыты. Гном по имени Открывай проходит вдоль ряда и открывает каждый сундук, который до этого был закрыт. Затем гном по имени Закрывай подходит к каждому второму сундуку и, если он открыт, закрывает его. Потом гном Открывай подходит к каждому третьему сундуку, и если он закрыт, открывает его. Затем гном Закрывай подходит к каждому четвёртому сундуку и, если он открыт, закрывает его и так далее. Всего гномы Закрывай и Открывай сделали 2016 проходов вдоль ряда. Сколько сундуков окажутся после всего этого закрытыми?
2. В десятичной записи натурального числа, состоящей только из цифр 4 и 5, количество цифр 5 нечетно и на 17 больше количества цифр 4. Найдите все возможные остатки от деления этого числа на 9.
3. Найти углы треугольника, если известно, что середина одной из его биссектрис является серединой отрезка, соединяющего основания высоты и медианы, проведенных из двух других вершин треугольника.
4. Назовем «Слонопотамом» такую шахматную фигуру, которая может ходить и как слон, и как конь, причем, если слонопотам сделал ход как конь, то следующим ходом он должен пойти как слон; если же он сделал ход как слон, то следующим ходом он должен пойти как конь. Может ли слонопотам обойти клетки доски 5×5 , побывав на каждой клетке ровно по одному разу, и при этом закончить обход на клетке, соседней по стороне с клеткой начала обхода? (Слон в шахматах ходит только по диагонали. Линии перемещения — линия из клеток одного цвета, расположенных наискосок. Конь в шахматах ходит буквой «Г»: сначала движется на две клетки в одном направлении — вверх, вниз, вправо или влево, — а затем поворачивает на одну клетку вбок, под прямым углом).
5. Маша и Саша играют в следующую игру. У них есть две коробки с жетонами. В одной из них лежат 20 жетонов, а в другой – 100 жетонов. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой коробки один жетон, либо взять из любой коробки 2 жетона. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Маша ходит первой. Сможет ли Маша выиграть в этой игре независимо от ходов Саши?