

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап

8 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач!

8.1. *Покажите, что число*

$$n^3 + 3n^2 + 6n + 8 \quad (n \in \mathbb{N})$$

является составным.

8.2. *Какое наименьшее значение может принимать НОК четырёх натуральных чисел, сумма которых равна 2030?*

8.3. *Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке M , а биссектриса $\angle AMC$ проходит через точку D . Найдите углы параллелограмма, если известно, что $\angle MDC = 45^\circ$.*

8.4. *Известно, что квадратный трёхчлен*

$$P(x) = ax^2 + bx + c,$$

где a, b, c — целые числа и c — нечётное число имеет целые корни. Может ли $P(2025)$ быть нечётным числом?

8.5. *Можно ли расставить числа*

$$2011, 2012, 2013, \dots, 2030$$

в вершинах и серединах рёбер куба так, чтобы каждое число, стоящее в середине ребра, равнялось полусумме чисел на концах этого ребра?