

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

9.1. (7 баллов)

В банк кладётся 100 рублей на 10 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет доход в 5% один раз в год или если он начисляет доход $\frac{5}{12}\%$ один раз в месяц?

9.2. (7 баллов)

Докажите, что сумма

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2024^3$$

делится на 2025.

9.3. (7 баллов)

Через внутреннюю точку треугольника проведены прямые параллельно сторонам данного треугольника. Площади образовавшихся треугольников равны 25, 16 и 4. Найдите площадь данного треугольника.

9.4. (7 баллов)

Рассматриваются квадратичные функции вида $y = x^2 + px + q$, для которых $p + \frac{1}{2}q = 2025$. Докажите, что графики данных функций проходят через одну точку.

9.5. (7 баллов)

На площади «Истины» Острова лжецов каждый житель которого либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт, находится 2025 человек. На вопрос журналиста «Сколько у вас друзей?» все заявили: "Я дружу только с одним человеком, находящимся на площади", "Я не дружу с рыцарями, пришедшими сюда". Кого на площади больше, рыцарей или лжецов?