

9 класс

1. Вычислить $\sqrt{A - B}$, где $A = \underbrace{11 \dots 1}_{2026 \text{ раз}}$, $B = \underbrace{22 \dots 2}_{1013 \text{ раз}}$
2. Для любых двух действительных чисел a и b определена операция $a \diamond b$ следующим образом: $a \diamond b = a + b + k \cdot a \cdot b$, где k — некоторое фиксированное действительное число, не равное нулю. Известно, что:
 - (1) операция $\diamond$ является ассоциативной, то есть для любых a, b, c выполняется: $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$,
 - (2) существует такое число e , что для любого a выполняется: $a \diamond e = e \diamond a = a$.

Найдите числа e и k , для которых выполнены свойства (1)-(2)

3. Робот находится в точке с координатой 0 на числовой прямой. Он делает последовательность из 6 шагов. Каждый шаг он с равной вероятностью сдвигается либо на +1 (вправо), либо на -1 (влево). Какова вероятность того, что после 6 шагов он окажется в точке с координатой 0, но при этом ни разу за всю прогулку не побывает в точке с координатой -1?
4. В треугольнике ABC H_1, H_2, H_3 — основания высот, проведенных соответственно из вершин треугольника A, B, C , а M_1, M_2, M_3 — середины соответствующих сторон BC, AC, AB . Докажите, что длина ломаной $M_1H_2M_3H_1M_2H_3M_1$ больше суммы высот треугольника ABC .
5. Докажите, что для корней x_1, x_2 уравнения $x^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}px - \frac{3}{4p^2} = 0$ выполняется оценка $x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$.
6. Два игрока, Аня и Боря, играют в следующую игру. Перед ними лежит коробок, в котором N спичек. Игроки ходят по очереди, первой ходит Аня. За один ход игрок может взять из кучи любое положительное число спичек, являющееся делителем текущего количества спичек в куче, кроме самого этого числа. (Например, если в куче 12 спичек, то можно взять 1, 2, 3, 4 или 6 спичек. Кто взял последнюю спичку проигрывает. Для N от 100 до 200 найти такие, при которых Аня выигрывает при правильной игре.