

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

2025-2026 учебный год

9 класс

Инструкция по выполнению заданий:

Вам предлагается решить математические задачи, записать в каждой из них ответ и привести его обоснование (нужно записать полное развёрнутое решение). Задачи можно решать в любом порядке. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Время выполнения заданий - 235 минут.

9.1. Среди 32 человек 16 лжецов (они всегда лгут) и 16 рыцарей (они всегда говорят правду). Некоторым из них дали монеты, причём каждому – не более 3 монет. После чего у каждого из людей спросили: «Сколько тебе дали монет?». Было получено 8 ответов «0», 8 ответов «1», 8 ответов «2» и 8 ответов «3». Какое наибольшее количество монет могли суммарно дать всем этим 32 людям?

9.2. Существуют ли 18 последовательных натуральных чисел таких, что и суммы цифр этих чисел образуют 18 последовательных натуральных чисел (не обязательно записанных по порядку)?

9.3. При решении уравнения $(x^2 - ax + c)(x^2 - bx + c) = 0$, где a, b, c – некоторые натуральные числа, причём $a > b$, Катя обнаружила, что уравнение имеет четыре корня, и эти корни являются последовательными натуральными степенями тройки (например, $3^3, 3^4, 3^5, 3^6$). Найдите все простые числа, которые могут быть делителями числа $3a - 4b$.

9.4. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямая, проходящая через точку A , пересекает отрезки BD и CD в точках X и Y соответственно. Докажите, что окружности, описанные около треугольников ABX и ACY , касаются.

9.5. Можно ли выбрать числа $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ так, что произведения $a_1 a_2 a_3 a_4, a_2 a_3 a_4 a_5, \dots, a_8 a_9 a_{10} a_1, a_9 a_{10} a_1 a_2, a_{10} a_1 a_2 a_3$, записанные в некотором порядке, образовывали последовательные натуральные числа 11, 12, 13, ..., 20?