

Условия задач

(районная математическая олимпиада 2025 г.)

9 класс

1. Упростите выражение $\frac{x^4+6x^2+9-y^4}{2xy-3-(x+y)^2}$ и найдите его значение при $x = 2025$, $y = 2026$.
2. Три круга с радиусами 5 см попарно касаются внешним образом. Вычислите площадь фигуры, которая ограничена этими тремя кругами, каждая точка которой не находится внутри ни одного из кругов.
3. Известно, что $0 \leq a_i \leq 1$, $i = 1, 2, 3, 4$. Найдите наибольшее значение выражения $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - a_1a_2 - a_2a_3 - a_3a_4 - a_4a_1$.
4. В кучке лежат 2025 различных камней. Докажите, что из этой кучки можно выбрать нечетное число камней столькими же способами, как и четное число камней.
5. Из 2025 цифр составили несколько чисел. Потом сложили написанные числа и из полученной суммы вычли сумму сумм их цифр. Разность разбили на цифры, и снова повторили указанную выше операцию. Операцию выполняли до тех пор, пока в итоге осталась только одна цифра, отличная от нуля. Какую цифру получили в итоге?