

9 класс

9.1. На распродаже жуков одного жука продавали за 1 евро. При этом за каждые десять купленных жуков ещё одного давали бесплатно, а за каждые сто купленных жуков давали бесплатно ещё пять. Аня потратила на покупку жуков все свои деньги и в результате у неё оказалось 160 жуков. Сколько денег было у Ани?

9.2. Докажите, что если $x + 1 > 0$, $y + 1 > 0$ и $x + y = 1$, то справедливо неравенство

$$\frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+1} \geq -\frac{2}{3}$$

При каких x и y выполняется равенство?

9.3. Докажите, что если четыре простых числа p, q, r, s удовлетворяют неравенству

$$5 < p < q < r < s < p+10,$$

то их сумма делится на 60.

9.4. В равнобедренном треугольнике ABC на основании AB отмечены точки M и K , причём точка M – середина основания AB . Перпендикуляр к прямой AC в точке A пересекает прямую CM в точке O . Перпендикуляр к прямой OK в точке K пересекает прямые AC и BC в точках E и H соответственно. Докажите, что точка K является серединой отрезка EH .

9.5. Таблица размера 4×4 разделена на 16 единичных клеток белого цвета. Две клетки считаются *соседними*, если они имеют общую сторону. Ход состоит в выборе клетки и перекрашивании самой клетки и всех соседних клеток с белого на чёрный или с чёрного на белый. Ровно через n ходов все 16 белых клеток стали чёрными. Найдите все возможные значения n .