

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

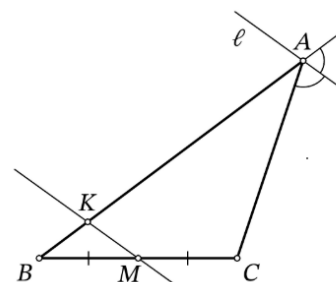
(Муниципальный этап)

9 класс

9.1. Все трехзначные числа записаны в ряд: 100 101 102 ... 998 999. Сколько раз в этом ряду после двойки идет нуль?

9.2. Дан треугольник ABC , точка M — середина стороны BC . Пусть ℓ — биссектриса внешнего угла A треугольника ABC . Прямая, проходящая через M и параллельная ℓ , пересекает сторону AB в точке K .

Найдите длину отрезка AK , если $AB = 23$ и $AC = 8$.



9.3. Квадратный трёхчлен $x^2 - px + q$, где p и q — натуральные числа, имеет два корня. Оказалось, что если q уменьшить на 30%, то разность его корней увеличится в 5 раз. Найдите такой трёхчлен с наименьшей возможной суммой корней.

9.4. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Некоторые жители острова дружат друг с другом (дружба взаимна). Утром каждый житель острова заявил, что дружит с нечётным числом рыцарей. Вечером каждый житель острова заявил, что дружит с чётным числом лжецов. Может ли количество жителей этого острова быть равно 2025?

9.5. Вася вырезал из картона треугольник и занумеровал его вершины цифрами 1, 2 и 3. Оказалось, что, если Васин треугольник повернуть по часовой стрелке вокруг его вершины под номером 1 на угол, равный углу при этой вершине, 15 раз, то треугольник вернется в исходное положение. Если повернуть по часовой стрелке Васин треугольник вокруг его вершины под номером 2 на угол, равный углу при этой вершине, 6 раз, то треугольник вернется в исходное положение. Вася утверждает, что если повернуть его треугольник вокруг вершины под номером 3 на угол, равный углу при этой вершине, t раз, то треугольник вернется в исходное положение. Какое минимальное t мог назвать Вася так, чтобы его утверждение было правдивым хотя бы при каком-то картонном треугольнике?