

9 класс. Условия

Максимальное время выполнения заданий: 235 минут.

Все задания оцениваются из 7 баллов.

1. На уроке по математике 7 учеников написали контрольную. Учитель хочет, чтобы дети проверили работы друг у друга. Каждый ученик должен проверить работу ровно одного из оставшихся. Также учитель пронумеровал детей и хочет, чтобы выполнялись следующие условия:

- первый проверяет работу того, кто проверяет работу второго;
- второй проверяет работу того, кто проверяет работу третьего;
- ...
- седьмой проверяет работу того, кто проверяет работу первого;

Как детям выполнить инструкцию учителя?

2. Из пункта A в пункт B в 12:00 с постоянными скоростями отправились велосипедист и пешеход (скорость велосипедиста больше скорости пешехода). Велосипедист, доехав до пункта B повернул обратно и встретил пешехода в 13:00. Доехав до A , велосипедист снова развернулся и в 13:20 встретил пешехода. В каком часу пешеход дойдет до пункта B ?

3. M — середина диагонали BD трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC . Оказалось, что описанная окружность треугольника BCM касается прямой AB . Докажите, что описанная окружность треугольника ADM касается прямой CD .

4. Число x представимо в виде дроби n/m . Числа $5x$, $7x$ и $8x$ округлили до ближайшего целого числа и сложили. В результате получилось 97. Для какого наименьшего m такое возможно? (Число округляется в меньшую сторону, если его дробная часть меньше $1/2$, и в большую, если дробная часть больше либо равна $1/2$.)

5. Для целых чисел a и b известно, что $a^2 + a = 2b^2 + b$. Докажите, что $a - b$ является квадратом некоторого целого числа.