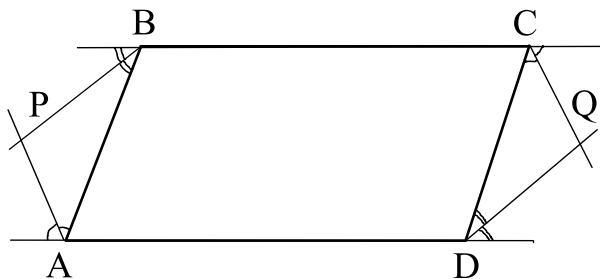


Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025-2026 уч.год
9 класс

1. Напишите какое-нибудь натуральное число, которое делится на 2025, и сумма цифр которого делится на 2025. Поясните свой ответ.
2. Рассматриваются графики квадратных функций вида $y = 2x^2 + px + q$, такие, что $p + \frac{1}{10}q = 100$. Докажите, что все эти графики проходят через одну точку координатной плоскости.
3. В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы внешних углов при вершинах A и B пересекаются в точке P , биссектрисы внешних углов при вершинах C и D пересекаются в точке Q . Докажите, что длина отрезка PQ равна полупериметру параллелограмма.



4. В поселке живут Рыцари и Лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а Лжецы всегда говорят неправду. В этом поселке нескольким жителям задали два вопроса: «Есть ли у вас домашнее животное?» и «Есть ли у вас кошка?». На вопросы можно было ответить только «Да» или «Нет». На первый вопрос «Да» ответила ровно половина опрошенных, на второй вопрос «Да» ответили менее половины опрошенных. Кого больше среди тех, у кого есть домашнее животное, но нет кошки — Рыцарей или Лжецов?
5. Про натуральные числа a, b, c известно, что ab делится на 32, но не делится на 4096, bc делится на 128, но не делится на 512, ac делится на 256, но не делится на 1024. Делится ли $a + b + c$ на 4?

*Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.
Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.
Не забудьте обосновать свои решения задач!*