

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**2025-2026 учебный год**

**9 класс**

**9.1.** Среди 20 человек 10 лжецов (они всегда лгут) и 10 рыцарей (они всегда говорят правду). Некоторым из них дали монеты, причём каждому – не более 3 монет. После чего у каждого из людей спросили: «Сколько тебе дали монет?». Было получено 5 ответов «0», 5 ответов «1», 5 ответов «2» и 5 ответов «3». Какое наибольшее количество монет могли суммарно дать всем этим 20 людям?

**9.2.** Существуют ли 18 последовательных натуральных чисел таких, что и суммы цифр этих чисел образуют 18 последовательных натуральных чисел (не обязательно записанных по порядку)?

**9.3.** При решении уравнения  $(x^2 - ax + c)(x^2 - bx + c) = 0$ , где  $a, b, c$  – некоторые натуральные числа, причём  $a > b$ , Катя обнаружила, что уравнение имеет четыре корня, и эти корни являются последовательными натуральными степенями тройки (например,  $3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ ). Найдите все простые числа, которые могут быть делителями числа  $a - b$ .

**9.4.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямая, проходящая через точку  $A$ , пересекает отрезки  $BD$  и  $CD$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Докажите, что окружности, описанные около треугольников  $ABX$  и  $ACY$ , касаются.

**9.5.** Можно ли выбрать числа  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  так, что произведения  $a_1 a_2 a_3 a_4, a_2 a_3 a_4 a_5, \dots, a_8 a_9 a_{10} a_1, a_9 a_{10} a_1 a_2, a_{10} a_1 a_2 a_3$ , записанные в некотором порядке, образовывали последовательные натуральные числа  $1, 2, 3, \dots, 10$ ?