

Всероссийская олимпиада школьников по математике 2025–2026

Муниципальный этап. 9 класс

9.1 На доске в ряд выписаны 2025 чисел, причем каждое число, кроме двух крайних, равно сумме двух соседних с ним чисел. Известно, что сумма первых ста чисел в этом ряду равна нулю, а сумма первых двухсот чисел в этом ряду равна трём. Найдите сумму всех чисел в этом ряду.

9.2 Даша из дома в школу всегда идет с постоянной скоростью, а из школы домой увеличивает скорость на одну и ту же величину, после того, как пройдет очередную треть пути, при этом ее скорость на второй трети пути совпадает со скоростью, с которой она идет в школу. Куда дорога занимает меньше времени из дома в школу или из школы домой?

9.3 Про некоторую компанию людей известно, что любые два человека, у которых одинаковое количество друзей в этой компании, не имеют общих друзей. Докажите, что в этой компании найдётся человек, у которого ровно один друг. (Предполагается, что по крайней мере одна пара друзей в этой компании имеется).

9.4 Прямая $y = ax + b$ называется хорошей, если она имеет ровно одну общую точку с параболой $y = x^2 + ax + b$. Можно ли подобрать два различных числа p и q так, чтобы и прямая $y = px + q$, и прямая $y = qx + p$ были хорошими?

9.5 В треугольнике ABC проведены биссектриса BE и медиана AD , пересекающиеся под прямым углом. Известно, что $BE = AD = 4$. Найдите длины сторон треугольника ABC .