

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
возрастная группа (9 класс)

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий олимпиады 210 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- выполните на черновике все необходимые расчёты, логические преобразования, черновики не проверяются;
- проверьте своё решение. После того, как убедитесь в его правильности, перепишите решение в бланк ответов;
- дайте точный ответ на вопрос задачи;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа;
- после выполнения всех предложенных заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности выбранных Вами ответов и решений.

Задания олимпиады считаются выполненными, если Вы вовремя сдаёте его членам жюри.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальная оценка – 35 баллов.

Задание 1.

Двенадцать кандидатов в меры рассказывали о себе. Через некоторое время один сказал: «До меня соврали один раз». Другой сказал: «А теперь – дважды». «А теперь – трижды», - сказал третий, и так далее до 12-го, который сказал: «А теперь соврали 12 раз». Тут ведущий прервал дискуссию. Оказалось, что по крайней мере один кандидат правильно подсчитал, сколько раз соврали до него. Так сколько же раз всего соврали кандидаты?

Задание 2.

Найдутся ли натуральные числа x , y и z , удовлетворяющие условию:

$$28x + 30y + 31z = 365?$$

Задание 3.

Рассматриваются всевозможные треугольники с целочисленными сторонами и периметром 2000, а также всевозможные треугольники с целочисленными сторонами и периметром 2003. Каких треугольников больше?

Задание 4.

На белых клетках шахматной доски 100×100 стоят 100 слонов, среди которых есть белые и чёрные. Они могут делать ходы в любом порядке и бить слонов противоположного цвета. Какого наименьшего числа ходов заведомо достаточно, чтобы на доске остался один слон?

Задание 5.

У Васи есть трафареты и цветные карандаши. Вася каждым ходом может приложить трафарет к бумаге и закрасить выбранным цветом всю видимую через трафарет область. Например, используя трафарет с двумя отверстиями, как на рисунке слева, Вася может раскрасить фигурку в центре за 3 хода в 3 цвета.

Придумайте для Васи такой трафарет с двумя отверстиями, пользуясь которым он сможет за 5 ходов раскрасить фигуру в форме яблока (на рисунке справа) в 5 цветов так, чтобы каждая треугольная клетка была покрашена ровно одним цветом.

Трафарет можно поворачивать и переворачивать.

