

Информатика, муниципальный этап
Теоретический тур
Время проведения – 3 часа.

Во всех задачах, требующих описания алгоритма, делать это надо *понятным языком* (желательно, русским). Не следует увлекаться формальными языками программирования.

Максимальный балл по каждой задаче можно получить только за *обоснованный и эффективный* алгоритм.

Задача 1. Вкладчик (4 балла).

В банке МММ можно открыть вклад на 20 дней и каждый день, начиная со следующего дня после вклада, снимать 10% от первоначальной суммы вклада. Вкладывать можно от 10 до 1000 руб., но не более 1 вклада в день.

Определите стратегию вкладов для достижения максимальной полученной суммы, если известно, что банк лопнет ровно через 30 дней после первого вложения. При закрытии банка всё, что есть в нем, сгорает и выплаты на 31-й день не производятся. Вычислите сумму полученной прибыли.

Задача 2. Что делает алгоритм (5 баллов).

Задан следующий вспомогательный алгоритм:

Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>procedure c(s:string; n,m:integer); begin if n<>0 then c(s+'0',n-1,m); if m<>0 then c(s+'1',n,m-1); if (n=0) and (m=0) then writeln(s) end</pre>	<pre>алг C(лит s, цел n,m) арг s,n,m нач если n<>0 то C(s+'0',n-1,m) все если m<>0 то C(s+'1',n,m-1) все если (n=0) и (m=0) то вывод (s) все кон</pre>

Требуется исполнить его для вызова C(“”,2,3) (4 балла) и сформулировать, что он делает в общем случае (1 балл).

Задача 3. Взвешивания (5 баллов).

Имеется 12 золотых и 12 серебряных монет, из которых одна фальшивая (легче настоящих). За какое минимальное количество взвешиваний можно определить фальшивую монету?

Задача 4. Треугольник из чисел (7 баллов).

Дан треугольник, составленный из чисел. Требуется вычислить наибольшую сумму чисел, расположенных на пути, начинающемся в верхней точке и заканчивающемся на основании треугольника. Каждый шаг на пути может осуществляться вниз по диагонали влево или вниз по диагонали вправо.

Приведите решение задачи для приведённой ниже таблицы (1 балл) и опишите на русском языке и обоснуйте алгоритм решения задачи в общем случае (6 баллов).

Пример:

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

Задача 5. На свободу! (8 баллов).

В некоторой тюрьме было K камер, пронумерованных числами от 1 до K , с одинаковыми электронными замками и K надзирателей, каждый из которых отвечал за свою камеру, но имел универсальный ключ, подходящий ко всем камерам. При поднесении ключа к включенному замку замок отключался, если был включен и, наоборот, включался, если был выключен.

Однажды ночью после праздника надзирателей, каждый из них решил выпустить на свободу часть заключенных. Первый из них прошел вдоль всех камер и переключил в них замки. Второй сделал то же самое, но только с камерами, номера которых четные числа. Третий проделал аналогичную операцию для камер с номерами, делящимися на 3, и так далее. Последний надзиратель переключил замок только в своей камере с номером K .

Кто из заключенных утром мог выйти после таких действий на свободу, если сначала все замки были включены?

Задача 6. Полеты (8 баллов).

В воздух взлетает модель вертолета, управляемого с земли, и зависает в точке с координатами $(2,3,4)$. Система управления может воспринимать три команды и перемещаться в соответствии с ними на вектора $(1,-2,1)$, $(0,3,-2)$ и $(3,0,-1)$. Например, если первой будет подана команда 1, то вертолет переместится в точку с координатами $(2+1, 3-2, 4+1)=(3,1,5)$.

Если после выполнения команды хотя бы одна из координат должна стать отрицательной, то модель данную команду не исполняет. Модель работает на солнечных батареях и может находиться в воздухе сколь угодно долго.

1. Можно ли с помощью некоей последовательности из этих трех команд переместить модель в точку с координатами $(0,20,0)$? (4 балла)
2. Может ли вертолет улететь на сколь угодно большое расстояние от начала координат? (4 балла)

Задача 7. Окончательная победа Касперского (12 баллов).

При определении, является ли вредоносным вирусом некоторый файл, главным способом является проверка, не содержит ли данный файл некоторые подстроки, которые считаются признаками вирусов. В лаборатории Касперского выбрали некоторые из последовательностей 0 и 1 длины 3 и занесли их в базу признаков вирусов. После этого оказалось, что все файлы, в которых больше K бит, стали считаться вредоносными.

Какое самое большое значение может принять величина K в зависимости от выбора набора «подозрительных» последовательностей?

1. Решите эту задачу для «подозрительных» последовательностей длины 3 (6 баллов).
2. Опишите (не заботясь об эффективности) алгоритм решения аналогичной задачи в случае выбора «подозрительных» последовательностей другой фиксированной длины (6 баллов).