

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по информатике
в 2017 – 2018 учебном году

Разборы решений и идеи тестов

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2017 – 2018 учебном году
9 класс

Время выполнения задач – 4 часа

Ограничение по времени – 2 секунды на тест

Ограничение по памяти – 256 мегабайт

9.1. «Средняя команда». На школьные соревнования по перетягиванию каната класс Пети Торопыжкина может выставить одну из двух команд, каждая из трёх человек. В первой участники могут развивать усилия (выраженные в Ньютонах) F_1 , F_2 , F_3 , а во второй — G_1 , G_2 , G_3 . По условиям соревнований нужно, чтобы сумма усилий участников команды была как можно ближе к некоторому указанному значению A . Которую из команд следует выставить петиному классу в соответствии с этим требованием?

Формат входа: В первой строке через пробел перечислены три целых числа F_1 , F_2 , F_3 — усилия, развиваемые участниками первой команды. Во второй строке через пробел перечислены три целых числа G_1 , G_2 , G_3 — усилия, развиваемые участниками второй команды. В третьей строке задано одно целое число A . Все числа лежат диапазоне от 1 до 10^4 включительно.

Формат выхода: Выведите через пробел два целых числа: номер команды (1 или 2), которую следует выставить согласно правилам соревнования, и суммарное усилие, развиваемое членами этой команды. Если суммарные усилия обеих команд равноотстоят от заданного значения, выведите более сильную команду. Если обе команды имеют равные суммарные усилия, выведите первую команду.

Пример 1

Вход:

1 2 3
2 3 5
7

Выход:

1 6

Пример 2

Вход:

1 2 3
2 3 5
8

Выход:

2 10

9.2. «Максимум на сломанном калькуляторе». Петя Торопыжкин познакомился с гипотезой Коллатца: какое бы натуральное число a_0 ни взять, последовательность (часто называемая *сиракузской*), вычисляемая от выбранного числа по формуле

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n/2, & \text{если } a_n \text{ — чётное число,} \\ 3a_n + 1, & \text{если } a_n \text{ — нечётное число,} \end{cases}$$

обязательно достигнет единицы. Он решил поэкспериментировать с последовательностью: задать начальную величину, вычислить сколько-то первых членов и посмотреть, какого наибольшего значения они достигнут. Только на калькуляторе, на котором он

считал, сломался экран, и было видно только три последних разряда получаемых чисел. Поэтому Петя искал максимум из тех чисел, которые он видел. Напишите программу, которая выведет найденный им максимум.

Формат входа: В единственной строке через пробел заданы два целых числа: a_0 — начальный член последовательности — и k — количество членов, которые вычисляет Петя, то есть индекс последнего вычисленного члена ($1 \leq a_0 \leq 10^7$, $0 \leq k \leq 10^4$). Гарантируется, что все получаемые члены последовательности не превосходят 10^9 .

Формат выхода: Выведите через пробел два целых числа — член последовательности a_i , $0 \leq i \leq k$, для которого три последние цифры дают максимальное число, и индекс i этого члена. Если таких членов несколько, выведите тот, который имеет бóльший индекс.

Пример

Вход: Выход:
2518 5 1889 3

Примечание: Получаемая последовательность в данном случае выглядит как $a_0 = 2518 \rightarrow a_1 = 1259 \rightarrow a_2 = 3778 \rightarrow a_3 = 1889 \rightarrow a_4 = 5668 \rightarrow a_5 = 2834$. Видно, что максимум последних трёх цифр достигается на числе 1889.

9.3. «Циклический сдвиг». Петя Торопыжкин придумал красивую строку, состоящую не менее чем из 2 и не более чем из 255 заглавных символов латиницы. Старший брат решил подшутить над Петей, разрезал строку на две части, возможно, поменял их местами и склеил обратно, то есть осуществил некоторый циклический сдвиг символов в строке (возможно, на нулевое число символов). Помогите Пете восстановить его строку, если он помнит, что она была лексикографически максимальной среди всех строк, которые могли бы получиться при её циклических сдвигах.

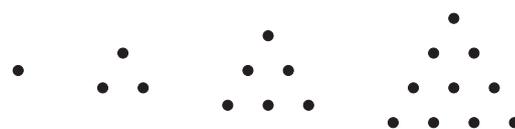
Формат входа: В единственной строке задана непустая последовательность заглавных латинских букв; длина последовательности не меньше 2 и не больше 255.

Формат выхода: Выведите единственную строку, лексикографически максимальную из тех, которые могут получиться циклическим сдвигом данной строки.

Пример

Вход: Выход:
ZAZBY ZBYZA

9.4. «Большое треугольное число». Известно, что числа получаемые суммированием начального отрезка натурального ряда называют *треугольными*. Название происходит оттого, что n -е треугольное число ($n \geq 1$) описывает количество точек, из которых состоит треугольник, на стороне которого лежат n точек (см. рисунок). Требуется по заданному целому числу M найти наименьшее треугольное число, не меньшее, чем M .



Формат входа: В единственной строке задано целое число M ($0 \leq M \leq 10^{18}$).

Формат выхода: Выведите единственное целое число, являющееся наименьшим треугольным числом, не меньшим M .

Пример 1

Вход:

9

Выход:

10

Пример 2

Вход:

10

Выход:

10

9.5. «База данных Деда Мороза». В своей великоустюгской базе данных Дед Мороз хранит информацию о детях, написавших ему письмо с просьбой о подарке. Для каждого письма хранится фамилия, имя, отчество, дата рождения ребёнка и название желаемого подарка. Данные хранятся в виде пяти строк; при этом имя, фамилия, отчество, название подарка — непустые строки, составленные из заглавных символов латиницы; дата рождения — тоже строка вида $YYYY-MM-DD$. Здесь $YYYY$ — год рождения, MM — месяц, DD — день; месяц и день обязательно представляются двумя символами с ведущим нулём при необходимости. Каждой записи из базы данных Дед Мороз сопоставил беззнаковое 4-байтное целое число — сумму кодов в таблице ASCII всех символов всех строк, составляющих запись. В компьютерных науках такое число называется *хешем*, метод вычисления хеша — *хеш-функцией*.

Соответственно, нужна процедура, которая под заданному хешу будет выдавать все записи, хеш которых совпадает с заданным. В случае отсутствия таких записей, следует сообщить об этом, а также выдать количество записей в базе, значения хешей которых отстоят не более, чем на 100, от заданного значения.

Формат входа: В первой строке задано целое число h — желаемое значение хеша ($0 \leq h \leq 2^{32} - 1$). Во второй строке задано целое число n — количество записей в базе данных ($1 \leq n \leq 20000$). В следующих n строках идут записи из базы данных (до 100 символов в каждой): по пять последовательностей символов в строке, разделённые пробелами: фамилия, имя, отчество, дата рождения, подарок.

Формат выхода: Если записи, имеющие нужный хеш, найдены, выведите сообщение «FOUND RECORDS», в следующей строке — их количество, затем по одной в строке выведите все такие записи в любом порядке. Если подходящих записей не найдено, выведите «NO MATCHES». В следующей строке выведите количество записей, имеющих хеш, отстоящий от заданного значения не более чем на 100, затем по одному в строке выведите эти хеши в любом порядке.

Пример 1

Вход:

2312

3

PETROV IVAN SIDOROVICH 2010-12-03 MECH
IVANOV SIDOR PETROVICH 2012-10-30 MECH
SIDOROV PETR IVANOVICH 2011-03-21 MECH

Выход:

FOUND RECORDS

2

IVANOV SIDOR PETROVICH 2012-10-30 MECH
PETROV IVAN SIDOROVICH 2010-12-03 MECH

Пример 2

Вход:

2413

3

PETROV IVAN SIDOROVICH 2010-12-03 MECH

IVANOV SIDOR PETROVICH 2012-10-30 MECH

SIDOROV PETR IVANOVICH 2011-03-21 MECH

Выход:

NO MATCHES

1

2313

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2017 – 2018 учебном году
9 класс. Разбор решений и идеи тестов

9.1. «Средняя команда». На школьные соревнования по перетягиванию каната класс Пети Торопыжкина может выставить одну из двух команд, каждая из трёх человек. В первой участники могут развивать усилия (выраженные в Ньютонах) F_1, F_2, F_3 , а во второй — G_1, G_2, G_3 . По условиям соревнований нужно, чтобы сумма усилий участников команды была как можно ближе к некоторому указанному значению A . Которую из команд следует выставить петинскому классу в соответствии с этим требованием?

Данная задача носит утешительный характер. Нужно просуммировать каждую из троек чисел, с помощью ветвления выяснить, которая находится ближе к указанному значению, и вывести информацию об этой тройке. Аккуратно надо обработать случай троек, равноотстоящих от указанного значения.

Идеи тестов:

- 1–7. Случайные тесты, тройки по разному отстоят от указанного значения; оптимальная более слабая тройка (которая может быть как первой, так и второй).
- 8–14. Случайные тесты, тройки по разному отстоят от указанного значения; оптимальная более сильная тройка (которая может быть как первой, так и второй).
- 15–20. Случайные тесты, тройки равноотстоят от указанного значения (есть случай двух слабых троек, двух сильных; одной слабой и одной сильной).

9.2. «Максимум на сломанном калькуляторе». Петя Торопыжкин познакомился с гипотезой Коллатца: какое бы натуральное число a_0 ни взять, последовательность (часто называемая сиракузской), вычисляемая от выбранного числа по формуле

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n/2, & \text{если } a_n \text{ — чётное число,} \\ 3a_n + 1, & \text{если } a_n \text{ — нечётное число,} \end{cases}$$

обязательно достигнет единицы. Он решил поэкспериментировать с последовательностью: задать начальную величину, вычислить сколько-то первых членов и посмотреть, какого наибольшего значения они достигнут. Только на калькуляторе, на котором он считал, сломался экран, и было видно только три последних разряда получаемых чисел. Поэтому Петя искал максимум из тех чисел, которые он видел. Напишите программу, которая выведет найденный им максимум.

Задача, по мнению программного комитета, является простой. Решение подразумевает прямолинейное вычисление членов последовательности с поиском максимума по указанному критерию. Для выделения числа, составленного из трёх последних цифр,

нужно применять операцию взятия остатка от деления на 1000. В алгоритме поиска максимума нужно не забыть про учёт начального члена последовательности; впрочем, эта ситуация хорошо обрабатывается версией алгоритма, в которой начальное значение максимума берётся равным первой из обрабатываемых величин. Также при равенстве максимума на новом числе старому значению максимума нужно не забыть переставить индекс максимального элемента на новое число.

Идеи тестов:

1. $k = 0$.
2. $k = 100$, максимум на начальном числе.
3. $k = 900$, максимум на начальном числе.
4. $k = 100$, максимум единственный на промежуточном числе.
5. $k = 900$, максимум единственный на промежуточном числе.
6. $k = 100$, максимум единственный на последнем числе.
7. $k = 900$, максимум единственный на последнем числе.
8. $k = 100$, максимум неединственный.
9. $k = 500$, максимум неединственный.
10. $k = 1000$, максимум неединственный.
11. $k = 5000$, максимум неединственный.
12. $k = 10000$, максимум неединственный.
- 13–20. Случайные тесты.

9.3. «Циклический сдвиг». *Петя Торопыжкин придумал красивую строку, состоящую не менее чем из 2 и не более чем из 255 заглавных символов латиницы. Старший брат решил подшутить над Петей, разрезал строку на две части, возможно, поменял их местами и склеил обратно, то есть осуществил некоторый циклический сдвиг символов в строке (возможно, на нулевое число символов). Помогите Пете восстановить его строку, если он помнит, что она была лексикографически максимальной среди всех строк, которые могли бы получиться при её циклических сдвигах.*

Задача по мнению программного комитета имеет сложность ниже средней.

Во-первых, при указанных ограничениях можно просто лобовым способом сформировать всевозможные циклические сдвиги строки и найти из них лексикографический максимум. Сложность такого решения — $O(n^2)$: всего есть n циклических сдвигов, на обработку очередного сдвига нужно $O(n)$ операций — $O(n)$ на копирование и $O(n)$ на сравнение с текущим максимумом.

Решение можно чуть оптимизировать, если не формировать реально каждый сдвиг (и, соответственно, не тратиться на копирование данных), а написать умную операцию сравнения, которая принимает индексы первого символа каждой из сравниваемых строк и сама, соответствующим образом оперируя с индексами, правильно выбирает символы сравниваемых циклических сдвигов.

Идеи тестов:

1. Двухбуквенная строка, символы разные.
2. Двухбуквенная строка, символы одинаковые.
3. Трёхбуквенная строка, символы разные.
4. Трёхбуквенная строка, два символа совпадают, они меньше третьего символа; максимум — исходная строка.
5. Трёхбуквенная строка, два символа совпадают, они меньше третьего символа; максимум — какой-то сдвиг.
6. Трёхбуквенная строка, два символа совпадают, они больше третьего символа; максимум — исходная строка.
7. Трёхбуквенная строка, два символа совпадают, они больше третьего символа; максимум — какой-то сдвиг.
8. Трёхбуквенная строка, все символы одинаковые.
9. Много букв, все одинаковые.
10. Много букв, максимум единственный — исходная строка.
11. Много букв, максимум неединственный — исходная строка.
12. Много букв, максимум единственный — какой-то сдвиг.
13. Много букв, максимум неединственный — какой-то сдвиг.
- 14–18. То же, что и в тестах 9–13, длина строки максимальная.
- 19–20. Случайные тесты.

9.4. «Большое треугольное число». Известно, что числа получаемые суммированием начального отрезка натурального ряда называют треугольными. Название происходит оттого, что n -е треугольное число ($n \geq 1$) описывает количество точек, из которых состоит треугольник, на стороне которого лежат n точек (см. рисунок). Требуется по заданному целому числу M найти наименьшее треугольное число, не меньшее, чем M .

Данная задача имеет сложность чуть выше средней.

Моменты необходимые для решения задачи:

- 1) вспомнить формулу арифметической прогрессии $1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2$;
- 2) найти минимальное положительное решение n^* квадратичного неравенства, вытекающего из смысла задачи: $n(n + 1)/2 > M$, то есть $n^2 + n - 2M > 0$.

Искомое решение равно $\left\lceil \frac{-1 + \sqrt{1 + 8M}}{2} \right\rceil$. Здесь $\lceil \cdot \rceil$ — операция округления вверх.

Проблем с точностью тут не будет, поскольку при указанных ограничениях числа M и $8M$ без потери точности преобразуются к вещественному типу `double`.

- 3) По найденному номеру n^* нужно вычислить требуемое треугольное число.

Альтернативой вещественным вычислениям может стать метод двоичного поиска. Проверяем, что 1-е треугольное число меньше M . Треугольное число с номером

1 500 000 000 гарантированно больше, чем M , удовлетворяющее ограничениям задачи. Затем начинаем вдвое сужать размер интервала, поддерживая то свойство, что на левом конце имеем номер треугольного числа, меньшего, чем M , а на правом — большего, чем M . Когда интервал сожмётся до длины 1, правый конец будет указывать нужный номер.

Идеи тестов:

1. $M = 0$.

2. $M = 1$.

3. $M = 10^{18}$.

4–8. Случайные тесты такие, что $M < 1000$.

9–13. Случайные тесты такие, что $M < 10^9$.

14–20. Случайные тесты такие, что $10^9 < M < 10^{18}$.

9.5. «База данных Деда Мороза». В своей великоустюгской базе данных Дед Мороз хранит информацию о детях, написавших ему письмо с просьбой о подарке. Для каждого письма хранится фамилия, имя, отчество, дата рождения ребёнка и название желаемого подарка. Данные хранятся в виде пяти строк; при этом имя, фамилия, отчество, название подарка — непустые строки, составленные из заглавных символов латиницы; дата рождения — тоже строка вида $YYYY-MM-DD$. Здесь $YYYY$ — год рождения, MM — месяц, DD — день; месяц и день обязательно представляются двумя символами с ведущим нулём при необходимости. Каждой записи из базы данных Дед Мороз сопоставил беззнаковое 4-байтное целое число — сумму кодов в таблице ASCII всех символов всех строк, составляющих запись. В компьютерных науках такое число называется хешем, метод вычисления хеша — хеш-функцией.

Соответственно, нужна процедура, которая под заданному хешу будет выдавать все записи, хеш которых совпадает с заданным. В случае отсутствия таких записей, следует сообщить об этом, а также выдать количество записей в базе, значения хешей которых отстоят не более, чем на 100, от заданного значения.

Программный комитет оценивает данную задачу как достаточно сложную. Впрочем, сложность данной задачи скорее техническая: нужно совместить два алгоритма пересчёта объектов.

Действительно, пока не найдена строка, имеющая заданный хеш, нужно считать количество строк, чей хеш отстоит не слишком далеко от заданного. Когда (если) найдена строка, имеющая заданный хеш, то нужно переключиться на поиск и выдачу записей, имеющих заданный хеш.

Следует также заметить, что оптимальная процедура подсчёта хеша не требует разделения входной строки по символам пробела, достаточно суммировать коды всех символов, отличных от пробела.

Идеи тестов:

1. 1 запись, хеш не совпадает с требуемым и отстоит далеко.

2. 1 запись, хеш не совпадает с требуемым, отстоит не далеко от требуемого.
3. 1 запись, хеш совпадает с требуемым.
4. 100 записей; хеши не совпадают с требуемым и отстоят далеко.
5. 100 записей; хеши не совпадают с требуемым; у некоторых записей хеши отстоят недалеко от требуемого.
6. 100 записей; хеши не совпадают с требуемым; у всех записей хеши отстоят недалеко от требуемого.
7. 100 записей; есть записи, у которых хеши совпадают с требуемым, у остальных записей хеши отстоят далеко от требуемого; первая запись с требуемым хешем не первая в базе.
8. 100 записей; есть записи, у которых хеши совпадают с требуемым, у остальных записей хеши отстоят далеко от требуемого; первая запись с требуемым хешем первая в базе.
9. 100 записей; есть записи, у которых хеши совпадают с требуемым; есть записи, у которых хеши отстоят недалеко от требуемого; первая запись с требуемым хешем не первая в базе, до неё нет записей с хешем, отстоящим недалеко от требуемого.
10. 100 записей; есть записи, у которых хеши совпадают с требуемым; есть записи, у которых хеши отстоят недалеко от требуемого; первая запись с требуемым хешем не первая в базе, до неё есть записей с хешем, отстоящим недалеко от требуемого.
11. 100 записей; есть записи, у которых хеши совпадают с требуемым; есть записи, у которых хеши отстоят недалеко от требуемого; первая запись с требуемым хешем первая в базе.
- 12–19. То же, что в тестах 4–11, только в базе 20000 записей.
- 20–22. Случайные тесты с ответом «NO MATCHES».
- 23–25. Случайные тесты с ответом «FOUND RECORDS».