

Всероссийская олимпиада школьников по информатике

Вологодская область, 2021-2022 учебный год

II (муниципальный) этап

7 – 8 классы

Задача 1. Муравей и кубик (100 баллов)

Исполнитель Муравей перемещается по полю, разделенному на клетки. Размер поля 8x8, строки нумеруются от 1 до 8, столбцы обозначаются английскими буквами от A до H. Поле со всех сторон окружено стенами. На одной из клеток лежит кубик. Муравей и кубик не могут одновременно находиться в одной клетке.

Муравей может выполнять следующие команды движения: **вверх N**, **вниз N**, **вправо N**, **влево N** (где N — целое число), перемещающие исполнителя на N клеток вверх, вниз, вправо или влево соответственно.

Если на пути Муравья встречается кубик, то он отодвигает кубик. Если на пути Муравья или толкаемого им кубика встретится стена, то Муравей может переместиться на меньшее количество клеток, чем указано в команде (если он или кубик упрутся в стену). После этого Муравей продолжит работу и перейдет к исполнению следующей команды.

Рассмотрим пример. Пусть Муравей находится в клетке B2, а кубик — в клетке C5:

8								
7								
6								
5			■					
4								
3								
2		🐜						
1								
	A	B	C	D	E	F	G	H

Если Муравей выполнит команды **вправо 1** **вверх 3** **вправо 7**, то он сам окажется в клетке H5, а кубик — в клетке C6.

Запись:

повтори k раз

команда1 команда2 команда3 ...

кц

означает, что последовательность команд **команда1 команда2 команда3...** повторится k раз.

Вам необходимо ответить на следующие четыре вопроса:

1. Пусть исходное положение Муравья — клетка $B2$, кубика — клетка $C5$. Какое значение параметра команды **вверх** надо задать, чтобы после выполнения команд **влево 1 вверх ? вправо 2 вниз 3** кубик оказался в клетке $C2$?

2. Пусть изначально Муравей находится в клетке $A1$. Он выполняет следующий алгоритм:

повтори 6 раз

вправо 1 вверх 1

кц

Сколько существует таких начальных положений кубика, что после выполнения этого алгоритма кубик сдвинется хотя бы один раз?

3. Пусть изначально Муравей находится в клетке $A1$. Он выполняет следующий алгоритм:

повтори 7 раз

вверх 6 вниз 6 вправо 1

кц

вверх 7 влево 6

Сколько существует таких начальных положений кубика, что после выполнения этого алгоритма кубик окажется в клетке $A8$?

4. Пусть изначально кубик находится в клетке $C5$. Муравей выполняет следующий алгоритм:

повтори 7 раз

вверх 1 вправо 1 вверх 1 влево 1 вниз 1 влево 1

кц

Сколько существует таких начальных положений Муравья, что после выполнения этого алгоритма кубик окажется в клетке $A8$?

Выходные данные

В поле ответа напишите ровно четыре целых числа через пробел — ответы на заданные вопросы. Если вы не знаете какого-то ответа, напишите вместо него число 0.

Система оценки

Каждый верный ответ оценивается в 25 баллов. Количество попыток отправить задачу на проверку ограничено десятью. В зачёт идёт лучшее решение из отправленных. Участнику сообщается набранная сумма баллов.

Задача 2. Красота степеней (100 баллов)

В таблице перечислены несколько первых степеней числа 7. Легко заметить закономерность в повторении цифр в разряде единиц.

$7^1 =$	7
$7^2 = 7 \times 7 =$	49
$7^3 = 7 \times 7 \times 7 =$	343
$7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 =$	2401
$7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 =$	16807
$7^6 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 =$	117649
$7^7 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 =$	823543
$7^8 = 7 \times 7 =$	5764801

Вам необходимо ответить на вопросы:

1. Определите последнюю цифру в записи числа 7^{190} .
2. Какими двумя цифрами заканчивается число $7070707^{7070707}$?
3. При каком наименьшем натуральном x сумма $7^{123456789} + 7^x$ делится на 11?
4. При каком наименьшем натуральном x сумма $7^x + x^7$ оканчивается цифрами 21?

Выходные данные

В поле ответа напишите ровно 4 числа через пробел. Если вы не знаете какого-то ответа, вместо него напишите число 0.

Система оценки

Каждый верный ответ оценивается в 25 баллов. Количество попыток отправить задачу на проверку ограничено десятью. В зачёт идёт лучшее решение из отправленных. Участнику сообщается набранная сумма баллов.

Задача 3. Клонирование машин (100 баллов)

ограничение по времени на тест: 1 секунда

ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт

ввод: стандартный ввод

вывод: стандартный вывод

В одну из школ Вологодской области закупили N новых компьютеров. Изначально на компьютерах не было установлено никаких программ, даже операционной системы. Системный администратор установил на один из них операционную систему и весь необходимый набор программ. Теперь он хочет выполнить клонирование этого компьютера на все оставшиеся.

Клонирование представляет собой следующую операцию. Берутся два компьютера, один из которых уже готов к использованию, а второй — ещё нет. Со второго компьютера извлекается жёсткий диск и подключается к первому компьютеру (теперь на нём становится два диска), после чего специальной программой выполняется полное побайтное копирование данных с одного диска на другой. По окончании копирования диск переставляется обратно в прежний компьютер, и он становится готов к работе (останется только поменять ему имя в настройках системы и ввести в домен).

Заметим, что после первого клонирования у нас будет уже два готовых компьютера, поэтому следующее клонирование можно производить сразу на два новых компьютера одновременно, затем на четыре, и так далее.

Пусть процесс клонирования занимает один час. Определите, сколько часов потребуется администратору, чтобы подготовить все компьютеры к работе.

Входные данные: вводится одно целое число N ($2 \leq N \leq 10^9$).

Выходные данные: выведите одно целое число — минимальное количество часов, за которое можно подготовить все компьютеры к работе.

Система оценки. Максимальное количество баллов за данную задачу — 100. Каждый тест оценивается независимо. Участнику сообщаются результаты проверки на каждом тесте.

Пример**входные данные**

7

выходные данные

3

Задача 4. Чётные суммы (100 баллов)

ограничение по времени на тест: 1 секунда

ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт

ввод: стандартный ввод

вывод: стандартный вывод

Имеется $B-A+1$ карточек, на которых написаны числа $A, A+1, A+2, \dots, B$. Определите, сколькими способами можно выбрать среди них две карточки, чтобы сумма чисел на них была чётной.

Входные данные: в первой строке записано целое число A , во второй строке записано целое число B ($1 \leq A < B \leq 10^9$).

Выходные данные: выведите одно целое число — ответ.

Система оценки:Подзадача 1 (до 50 баллов): $B \leq 1000$.Подзадача 2 (до 25 баллов): $B \leq 10^6$.Подзадача 3 (до 25 баллов): $B \leq 10^9$.

Каждый тест оценивается независимо. Участнику сообщаются результаты проверки на каждом тесте.

Пример**входные данные**

3

8

выходные данные

6

Примечание. Обратите внимание, что ответ в данной задаче может быть достаточно большим и не помещаться в 32-битный тип данных. Рекомендуется использовать 64-битный тип данных, например, тип `long long` в языке C++, тип `int64` в языке Pascal, тип `long` в языках Java и C#. Язык Python автоматически работает с целыми числами любой длины.

5. Факториал и степень

ограничение по времени на тест: 1 секунда

ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт

ввод: стандартный ввод

вывод: стандартный вывод

Факториалом натурального числа n (обозначается $n!$) называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n : $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$.

Напишите программу, которая для нескольких заданных троек чисел n , a , b определит, верно ли, что $n!$ делится нацело на a в степени b .

Входные данные

Вначале вводится натуральное число t — количество троек чисел, для которых нужно дать ответ ($1 \leq t \leq 10$). Далее вводятся t троек целых чисел n , a и b ($1 \leq n, a, b \leq 10^9$). Числа при вводе разделяются переводом строки.

Выходные данные

Выведите t слов "Yes" или "No" (без кавычек), каждое в отдельной строке. Слово "Yes" означает, что $n!$ делится на a^b , слово "No" — что не делится.

Система оценки

Подзадача 1 (до 50 баллов): $n, a, b \leq 9$.

Подзадача 2 (до 20 баллов): $n, a, b \leq 20000$.

Подзадача 3 (до 30 баллов): $n, a, b \leq 10^9$.

Каждый тест оценивается независимо. Участнику сообщаются результаты проверки на каждом тесте.

Пример

входные данные

```
2
7
2
3
8
5
2
```

выходные данные

```
Yes
No
```