

Чтобы начать решать задачи, зайдите в систему по адресу <https://pcms.itmo.ru> и нажмите кнопку «Начать соревнование».

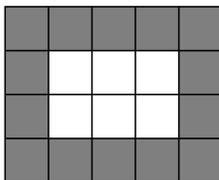
Около 400 человек по итогам районного этапа будут приглашены на региональный этап, который состоится 21 и 23 января 2023 года. Пробный тур регионального этапа начнется вскоре после новогодних праздников, для участия в пробном туре понадобится логин и пароль. Они будут совпадать с логином и паролем муниципального этапа, поэтому сохраните их.

Если вы учитесь в 11 классе, то обратите внимание на олимпиады РСОШ, которые позволяют получить льготы при поступлении в вузы на профильную специальность. Для 11-классников муниципальный этап Всероссийской олимпиады в Санкт-Петербурге является одним из отборочных этапов «Олимпиады школьников по информатике и программированию», которая входит в перечень олимпиад РСОШ под номером 54. Подробная информация об олимпиаде на странице <http://neerc.ifmo.ru/school/ioip>.

### Задача А. Граничные клетки

У Ани есть клетчатый листок бумаги, на котором она нарисовала прямоугольник размером  $m \times n$ .

После этого она раскрасила клетки прямоугольника, которые лежат на его границе.



Сколько клеток раскрасила Аня?

#### Формат входных данных

На первой строке ввода задано целое число  $m$  ( $1 \leq m \leq 10^8$ ).

На второй строке ввода задано целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^8$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите одно целое число — сколько клеток раскрасила Аня.

#### Система оценки

В этой задаче 10 тестов, каждый оценивается независимо в 10 баллов.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	14
5	

### Задача В. Сетка

Заданы числа  $k$ ,  $w$ ,  $h$  и  $t$ .

Требуется нарисовать прямоугольную сетку шириной  $w$  и высотой  $h$ , ячейки должны иметь размер  $k \times k$ , толщина линий должна быть  $t$ .

Для линий используйте символ «\*», для ячеек используйте символ «. ».

#### Формат входных данных

На первой строке ввода задано целое число  $k$  ( $1 \leq k \leq 10$ ). На второй строке ввода задано целое число  $w$  ( $1 \leq w \leq 10$ ). На третьей строке ввода задано целое число  $h$  ( $1 \leq h \leq 10$ ). На четвертой строке ввода задано целое число  $t$  ( $1 \leq t \leq 10$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите изображение сетки.

#### Система оценки

В этой задаче 10 тестов, каждый оценивается независимо в 10 баллов.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3	*****
2	*****
1	**...**...**
2	**...**...**
	**...**...**
	*****
	*****

### Задача С. непохожие числа

Будем называть два натуральных числа  $x$  и  $y$  *непохожими*, если они различны и нет двух различных отличных от 1 чисел  $a$  и  $b$ , таких, что и  $x$  и  $y$  делятся как на  $a$ , так и на  $b$ . Например, 6 и 9 непохожи, так как единственное число, отличное от 1, на которое делятся оба числа — 3. А вот числа 12 и 18 не являются непохожими, так как оба делятся на 2, 3 и 6.

Задано натуральное число  $x$ , а также натуральные числа  $l$  и  $r$ . Требуется найти все числа  $y$ , такие что  $l \leq y \leq r$ , и числа  $x$  и  $y$  непохожи.

#### Формат входных данных

На первой строке ввода задано число  $x$  ( $1 \leq x \leq 10^9$ ).

На второй строке ввода задано число  $l$ , на третьей строке ввода задано число  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq 10^9$ ;  $r - l \leq 1000$ ).

#### Формат выходных данных

На первой строке выведите число  $k$  — количество непохожих на  $x$  чисел на отрезке от  $l$  до  $r$ , включительно.

На второй строке выведите все эти числа в возрастающем порядке.

#### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Доп. ограничения	Необх. подзадачи
1	18	$x \leq 100, 1 \leq l \leq r \leq 100$	
2	22	$x \leq 10^5, l = r$	
3	22	$x \leq 10^9, l = r$	2
4	38	—	1–3

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
18	12
1	1 2 3 4 5 7 8 10 11 13 14 15
15	

### Задача D. Хаотические разбиения

Рассмотрим все представления числа  $n$  в виде суммы различных целых возрастающих слагаемых:  $n = a_1 + a_2 + \dots + a_k, a_1 < a_2 < \dots < a_k$ .

Будем называть такое разбиение *хаотическим*, если для него выполнено следующее условие: для любых трех подряд идущих слагаемых среднее *не равно* среднему арифметическому крайних. Иначе говоря, для всех  $i$  от 1 до  $k - 2$  выполнено  $a_{i+1} \neq (a_i + a_{i+2})/2$ .

Задано число  $n$ . Выведите все его хаотические разбиения на слагаемые.

#### Формат входных данных

На ввод подается целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 80$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите все хаотические разбиения на слагаемые числа  $n$ . Разбиения можно выводить в любом порядке. Выводите слагаемые в каждом разбиении, разделяя их знаком «+» без пробелов.

#### Система оценки

В этой задаче 25 тестов, каждый оценивается независимо в 4 балла.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
9	1+2+6 1+8 2+7 3+6 4+5 9

### Задача Е. Кратные отрезки

Задан массив натуральных чисел  $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ . Отрезком массива  $A$  с  $l$  по  $r$  будем называть массив  $[a_l, a_{l+1}, \dots, a_r]$ .

Для заданного массива  $A$  и числа  $k$  требуется найти количество пар  $(l, r)$ , таких что  $l \leq r$  и сумма чисел на отрезке массива  $A$  с  $l$  по  $r$  делится на  $k$  без остатка.

#### Формат входных данных

На первой строке ввода заданы целые числа  $n$  — число элементов массива  $A$  и  $k$  ( $1 \leq n \leq 200\,000$ ,  $2 \leq k \leq 10^9$ ).

На второй строке заданы целые числа  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — элементы массива  $A$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите одно число: количество пар  $(l, r)$ , таких что  $l \leq r$ , и сумма чисел на отрезке массива  $A$  с  $l$  по  $r$  делится на  $k$  без остатка.

#### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Доп. ограничения	Необх. подзадачи
1	13	$n \leq 500, 1 \leq a_i \leq 1000$	
2	15	$n \leq 5000, 1 \leq a_i \leq 5000$	1
3	19	$n \leq 200\,000, k = 2$	
4	21	$n \leq 200\,000, 1 \leq k \leq 10^6$	3
5	32	—	1–4

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 2 1 2 3 4 5	6

#### Замечание

В примере подходят следующие отрезки:

- $l = 1, r = 3$ , отрезок  $[1, 2, 3]$
- $l = 1, r = 4$ , отрезок  $[1, 2, 3, 4]$
- $l = 2, r = 2$ , отрезок  $[2]$
- $l = 2, r = 5$ , отрезок  $[2, 3, 4, 5]$
- $l = 3, r = 5$ , отрезок  $[3, 4, 5]$
- $l = 4, r = 4$ , отрезок  $[4]$

### Задача F. Генераторы квадратов

Множество  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  различных натуральных чисел с суммой  $a_1 + a_2 + \dots + a_k = n$  называется *генератором квадратов*, если сумма любых  $k - 1$  элементов этого множества является полным квадратом целого числа.

Например, множество  $\{1, 22, 41, 58\}$  является генератором квадратов, так как  $1 + 22 + 41 = 64 = 8^2$ ,  $1 + 22 + 58 = 81 = 9^2$ ,  $1 + 41 + 58 = 100 = 10^2$ ,  $22 + 41 + 58 = 121 = 11^2$ .

По заданным  $n$  и  $k$  постройте множество из  $k$  различных натуральных чисел с суммой  $n$ , которое является генератором квадратов, либо выясните, что такого нет.

#### Формат входных данных

На ввод подаются два целых числа  $n$  и  $k$  ( $2 \leq n \leq 200\,000$ ,  $2 \leq k \leq 30$ ).

#### Формат выходных данных

Если искомым генератором квадратов существует, выведите «YES» на первой строке, а на второй строке выведите  $k$  натуральных чисел — искомое множество.

Если генератора квадратов с заданными параметрами не существует, выведите «NO».

#### Система оценки

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой и необходимых подзадач успешно пройдены.

Подзадача	Баллы	Доп. ограничения	Необх. подзадачи
1	10	$n \leq 100, k = 2$	
2	15	$k = 2$	1
3	15	$n \leq 100, k \leq 3$	1
4	15	$k \leq 3$	1–3
5	15	$n \leq 300$	1, 3
6	15	$n \leq 5\,000$	1, 3, 5
7	15	$n \leq 200\,000$	1–6

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
122 4	YES 1 22 41 58