

Муниципальный этап олимпиады по информатике (9 класс)

24 ноября 2022

1. Кузнечик-2

Кузнечик находится на листе бумаги, на котором нарисована декартова система координат, в начале координат и может совершать два вида прыжков — большой (длиной K) и маленький (длиной 1). Из точки с координатами (x,y) кузнечик может попасть в точки с координатами $(x+K,y)$, $(x-K,y)$, $(x,y+K)$, $(x,y-K)$, сделав большой прыжок, и в точки с координатами $(x+1,y)$, $(x-1,y)$, $(x,y+1)$, $(x,y-1)$, сделав маленький прыжок.

Определите минимальное количество прыжков, которое необходимо сделать кузнечику, чтобы попасть в точку с координатами (X,Y) из начала координат $(0,0)$.

Ввод содержит три целых числа X, Y, K ($-10^9 \leq X, Y \leq 10^9$, $2 \leq K \leq 10^9$), по одному числу в строке — координаты точки, куда нужно попасть кузнечику, и длина большого прыжка.

Вывести одно целое число — минимальное количество прыжков.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
2 0 5	2
Пример ввода 2	Пример вывода 2
14 0 5	4

Пояснение к примеру 1: кузнечик делает 2 маленьких прыжка направо.

Пояснение к примеру 2: сначала кузнечик делает 3 больших прыжка и попадает в точку с координатой $(15,0)$, затем 1 маленький прыжок налево и попадает в точку с координатой $(14,0)$.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq X \leq 1000$, $Y=0$, $2 \leq K \leq 1000$

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо..

Подзадача 2 (30 баллов)

$-1000 \leq X, Y \leq 1000$, $2 \leq K \leq 1000$

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 3 теста, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо..

Подзадача 3 (20 баллов)

$-10^9 \leq X, Y \leq 10^9$, $2 \leq K \leq 10^9$

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

2. Без повторов

Дана строка, состоящая из символов 0 и 1. Можно заменять символ 0 на 1, а символ 1 — на 0. Необходимо заменить некоторые символы в строке так, чтобы в строке не было двух одинаковых символов *подряд*.

Первая строка ввода содержит строку из 0 и 1 длиной от 1 до 10^5 символов.

Вывести одно целое число — минимальное количество замен.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
111	1
Пример ввода 2	Пример вывода 2
1100	2

В примере 1 нужно заменить 2-й символ на 0, в получившейся строке 101 нет повторяющихся символов.

В примере 2 нужно заменить 1-й и 4-й символы, в получившейся строке 0101 нет повторяющихся символов. Также есть другой вариант замены: 2-й и 3-й символы с получением строки 1010.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

Длина строки от 1 до 20 символов.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (50 баллов)

Длина строки от 21 до 10^5 символов.

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

3. Алгоритм

Реализуйте на одном из языков программирования алгоритм, представленный на схеме.

Первая строка ввода содержит одно целое число N , вторая строка ввода содержит одно целое число K ($1 \leq K \leq N \leq 1000000000$).

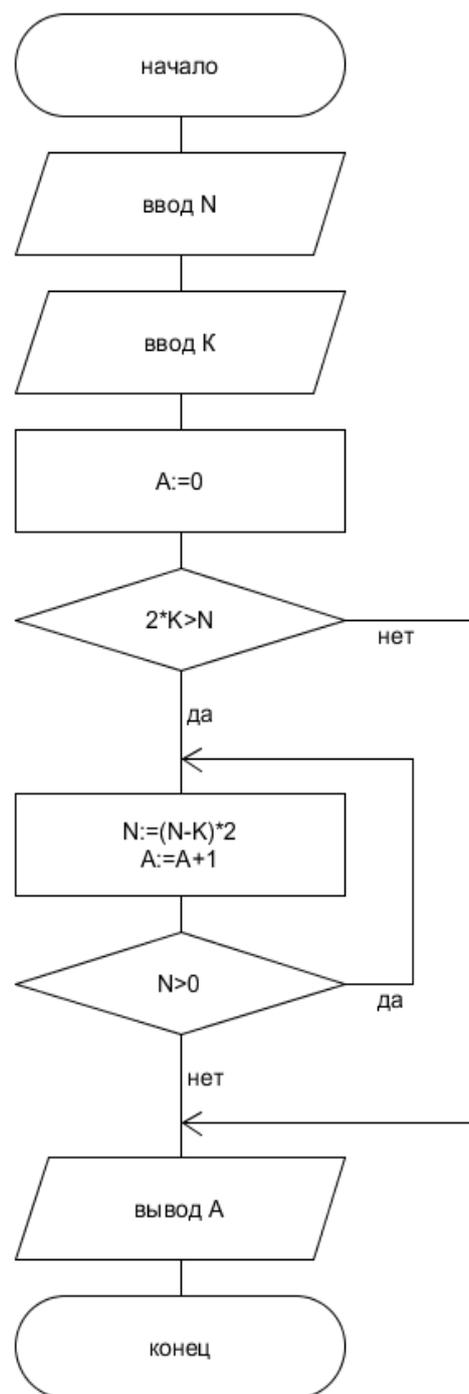
Вывести одно целое число — вычисленный ответ.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
20 11	4
Пример ввода 2	Пример вывода 2
20 9	0

Система оценки

В этой задаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 20 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте.

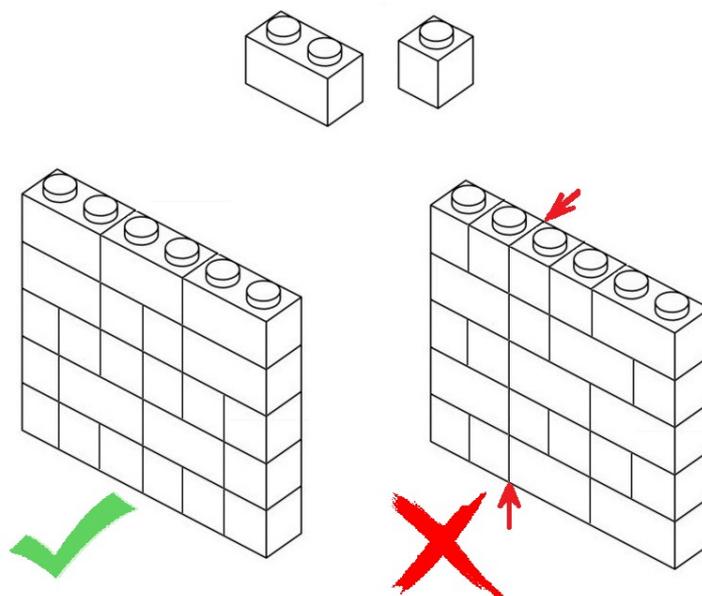


4. Идеальная стена

Саша хочет собрать стену из деталей Лего. Все детали имеют одинаковую высоту и делятся на 2 вида: "квадратные" размера 1 на 1 и "прямоугольные" размера 1 на 2 (изображены на рисунке). Каждая деталь надежно прикрепляется к соседям верхней и нижней гранью, но никак не скрепляется с боковыми соседями.

Чтобы стена была идеальной, должны выполняться следующие условия:

1. Все детали должны быть использованы. Нельзя оставлять детали не прикрепленными к стене.
2. Стена должна иметь вид прямоугольника толщины 1 без отверстий и выступов.
3. Стена не должна разваливаться на части. То есть, любой вертикальный разрез в пределах стены должен пересекаться с какой-нибудь деталью, которая не даёт стене распадаться по линии этого разреза. Примеры подходящей и неподходящей стен приведены на рисунке.



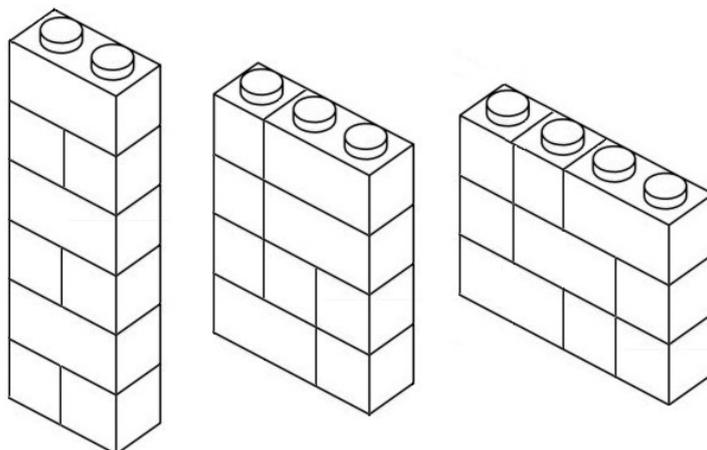
Для заданного количества "квадратных" и "прямоугольных" деталей найдите ширину и высоту стены, которую Саша сможет собрать. Если Саша может собрать идеальную стену разных размеров, перечислите все варианты размеров.

В единственной строке ввода содержатся два целых числа A и B (от 0 до 10^9 включительно, $A + B > 0$): количество "квадратных" и "прямоугольных" деталей соответственно.

В первой строке вывода должно содержаться одно число N -- количество вариантов сборки идеальной стены (возможно, 0). Затем выведите N строк, содержащих по два целых числа (ширина и высота стены) в каждой. Строки должны идти в порядке возрастания ширины.

Пример ввода 1	Пример вывода 1
6 3	3 2 6 3 4 4 3
Пример ввода 2	Пример вывода 2
1 1	0

Стены для первого примера изображены на рисунке.



Во втором случае нельзя собрать стену, удовлетворяющую всем условиям.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (20 баллов)

$1 \leq A+B \leq 1000$, при этом $B=0$ или $A=0$ (присутствуют детали только одного вида)

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (20 баллов)

$1 \leq A \leq 1000$, $B=1$ ("прямоугольная" деталь ровно одна).

В этой подзадаче 4 теста, каждый тест оценивается в 5 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Некоторые примеры ввода из условия задачи не соответствуют ограничениям подзадачи 1 и 2, для прохождения этих тестов вы должны добавить необходимый код в свое решение, если вы ограничиваетесь только решением подзадач 1 или 2.

Подзадача 3 (30 баллов)

$1 \leq A \leq 1000$, $2 \leq B \leq 1000$.

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 4 (30 баллов)

$1 \leq A \leq 10^9$, $2 \leq B \leq 10^9$.

Необходимые подзадачи: 1, 2, 3.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте в подзадачах 1 и 2, и о первой ошибке в в подзадачах 3 и 4.

5. Красивые числа

Будем называть натуральное число красивым, если сумма квадратов его цифр является полным квадратом. Например, число 34 является красивым, так как $3^2+4^2=25=5^2$, а число 123 не является красивым, так как $1^2+2^2+3^2=14$.

Первая строка ввода содержит одно целое число N ($1 \leq N \leq 10^{18}$).

Вывести одно целое число — количество красивых чисел в диапазоне от 1 до N включительно.

Пример ввода	Пример вывода
50	16

Красивыми будут следующие числа 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,20,30,34,40,43,50.

Система оценки и описание подзадач

Подзадача 1 (50 баллов)

$1 \leq N \leq 10^5$.

В этой подзадаче 5 тестов, каждый тест оценивается в 10 баллов. Баллы за каждый тест начисляются независимо.

Подзадача 2 (30 баллов)

$N=10^k$, где $6 \leq k \leq 18$.

Необходимые подзадачи: 1.

В этой подзадаче 6 тестов. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

Подзадача 3 (20 баллов)

$10^5 < N \leq 10^{18}$.

Необходимые подзадачи: 1, 2.

В этой подзадаче 4 теста. Баллы за подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи успешно пройдены.

По запросу сообщается результат окончательной проверки на каждом тесте в подзадаче 1, и о первой ошибке в подзадачах 2 и 3.