

## Задача 1. Упаковка подарка

100 баллов

Ограничение по времени

1 секунда

Ограничение по памяти

1 мегабайт

Входные данные

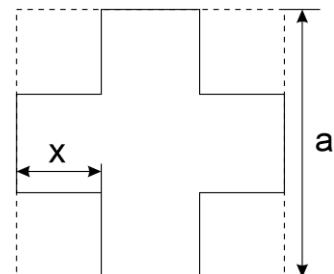
стандартный ввод

Выходные данные

стандартный вывод

Жанна Лютикова, будучи хорошей дочерью и подругой, готовит подарки к праздникам заранее. Зная, что скоро Новый год, она решила подготовить коробки для подарков, сделав их своими руками. Для этого она взяла квадратный лист картона со стороной  $a$  см и вырезала по углам квадраты со стороной  $x$  см. Теперь можно согнуть вырезку и получить коробку (без крышки). Крепить стенки Жанна решила просто скотчем.

Так как Жанна экономный человек, она хочет, чтобы в коробку помещалось как можно больше подарков и коробка, соответственно, должна быть максимального объёма.



Помогите Жанне в решении этой задачи.

Требуется написать программу, позволяющую по целочисленному значению числа  $a$  – стороне квадрата, найти целочисленное значение стороны отрезанных квадратов  $x$  при котором получается максимальный объём коробки.

### Формат входных данных

Первая строка содержит число  $a$  ( $3 \leq a \leq 10^4$ ) – сторону квадрата листа.

### Формат выходных данных

Одна строка, состоящая из двух натуральных чисел разделённых пробелом – значение  $x$  и объём коробки.

### Пример входных и выходных данных

Стандартный ввод	Стандартный вывод
10	2 72

### Описание системы оценивания

Баллы начисляются за каждый пройденный тест.

### Решение

Программа решения может принять следующий вид:

#### # Ввод данных

```
a = int(input())
```

#### # Инициализация переменных

```
xm = 0
```

```
vm = 0
```

#### # Перебор возможных целочисленных $x$ с поиском

#### # максимального объёма

```
for x in range(1, (a//2)+1):
```

```
    v = (a-2*x)**2 * x
```

```
    if vm < v:
```

```
        vm = v
```

```
        xm = x
```

```
print(xm, vm)
```

## Задача 2. Интересное число

100 баллов

Ограничение по времени	1 секунда
Ограничение по памяти	1 мегабайт
Входные данные	стандартный ввод
Выходные данные	стандартный вывод

Жанна Лютикова, будучи прилежной ученицей, очень любит математику. Ей нравились всякие интересные числа. Случайно на глаза ей попалась информация о числах харшад. Слово «харшад» происходит из санскрита, что переводится как «великая радость». Числа харшад – это натуральные числа, делящиеся нацело на сумму своих цифр. Таким числом является, например, 135, так как сумма его цифр  $1+3+5=9$ . Число 135 делится на 9 без остатка.

Очевидно, что все числа от 1 до 10 являются числами харшад. Таким образом, первые 10 чисел нам известны.

Жанна заинтересовалась тем, как выглядит числовой ряд, состоящий из чисел харшад.

Для более детального исследования таких чисел, Жанне требуется инструмент, который помог бы ей быстро находить нужное число харшад.

Помогите Жанне в решении этой задачи.

Требуется написать программу, находящую  $n$ -е число харшад.

### Формат входных данных

Одно с число  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ) – нужное по номеру число.

### Формат выходных данных

Одна строка .  $n$ -е число харшад.

### Пример входных и выходных данных

Стандартный ввод	Стандартный вывод
11	12
14	21

### Описание системы оценивания

Баллы начисляются за каждый пройденный тест.

### Решение

Будем искать необходимые числа харшад перебором. Программа решения может принять следующий вид:

```
# номер искомого числа
n = int(input())
# номер очередного найденного числа харшад
k = 0
# очередное число для проверки на принадлежность к харшад
z = 1
while k <= n:
    # найдём десятичную сумму цифр числа
    sm = sum(int(p) for p in str(z))
    if z % sm == 0:
        k += 1
        if k == n:
            print(z)
            break
```

$z += 1$

### Задача 3. Тихая охота

**100 баллов**

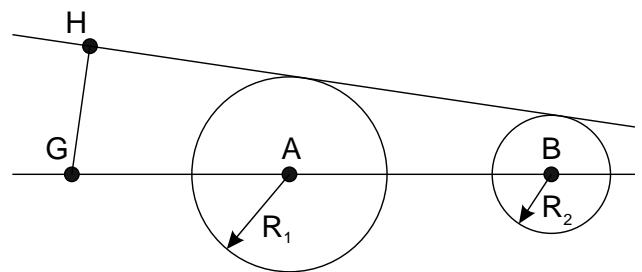
Ограничение по времени	1 секунда
Ограничение по памяти	1 мегабайт
Входные данные	стандартный ввод
Выходные данные	стандартный вывод

Жанна Лютикова, будучи любительницей тихой охоты, хочет найти большой съедобный гриб. Стоя в лесу, она уверена, что за огромной сосной в бору обязательно находится белый гриб с красивой круглой коричневой шляпкой. Ей только стоит немного отойти в сторону, чтобы его увидеть.

Для сложившейся ситуации примем, что Жанна, центр сосны и гриба находятся на одной линии. Жанну (точка  $G$ ) для удобства представим как материальную точку. Сосна с центром в точке  $A$  имеет радиус  $R_1$ . Гриб с центром в точке  $B$  имеет радиус шляпки  $R_2$ .

На какое минимальное расстояние (обозначим отрезком  $GH$ ) необходимо сместиться Жанне, чтобы увидеть предполагаемый гриб?

Требуется написать программу, определяющую длину отрезка  $GH$ .



#### Формат входных данных

Одна строка, содержащая 4 вещественных числа разделённых пробелом. Первое число – длина отрезка  $GA$  - расстояние от Жанны до центра дерева ( $GA > R_1$ ), второе -  $AB$  - от центра дерева до центра гриба ( $AB > R_1 + R_2$ ), третье –  $R_1$ , четвёртое –  $R_2$  – радиусы дерева и шляпки гриба соответственно ( $R_1 > R_2$ ).  $0 < GA, AB, R_1, R_2 \leq 10^3$

#### Формат выходных данных

Одно число – минимальное расстояние (длина отрезка  $GH$ ) на которое необходимо сместиться Жанне, чтобы увидеть предполагаемый гриб, с точностью до 3 десятичных знаков

#### Пример входных и выходных данных

Стандартный ввод	Стандартный вывод
4 5 2 1	2.800
5 6 2.5 1.5	3.333

#### Описание системы оценивания

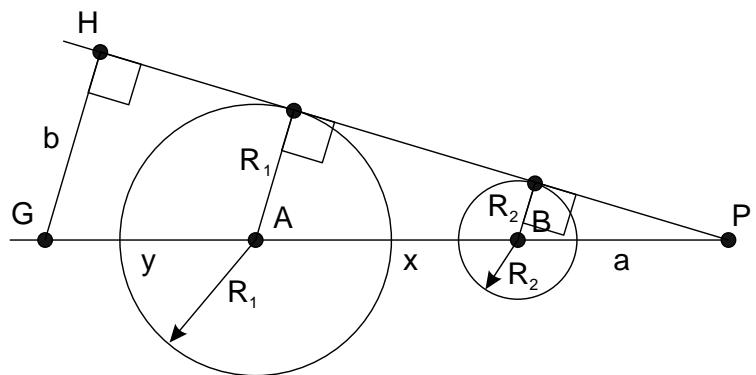
Баллы начисляются за каждый пройденный тест.

#### Решение

Для решения поставленной задачи введём обозначения:

$a = BP$ ,  $b = GH$ ,  $x = AB$ ,  $y = AG$ ,

$$\text{тогда } \begin{cases} \frac{a}{a+x+y} = \frac{R_2}{b} \\ \frac{a+x}{a+x+y} = \frac{R_1}{b} \end{cases}$$



Из полученной системы

$$\frac{a}{a+x} = \frac{R_2}{R_1}, \text{ тогда } a = \frac{x \cdot R_2}{R_2 - R_{12}} \text{ и нужное нам } b = \frac{R_1}{a+x} \cdot (a + x + y)$$

Программа решения может принять следующий вид:

```
# ввод данных
ga = 101
ab = 101.2
r1 = 100
r2 = 0.01
# расчёт расстояния x
a = ab*r2 / (r1-r2)
x = r1 / (a+ab) * (a+ab+ga)
# вывод данных
print(f'{x:.3f}')
```

## Задача 4. Компьютерная графика

**100 баллов**

Ограничение по времени

1 секунда

Ограничение по памяти

1 мегабайт

Входные данные

стандартный ввод

Выходные данные

стандартный вывод

Жанна Лютикова, будучи художником в душё, очень любит рисовать. Естественно она рисует с помощью компьютера и прекрасно осведомлена о видах компьютерной графики. Сегодня ей нравится растровая графика, а рисовать она любит по точкам, создавая изображения небольших размеров, но очень насыщенные содержательно.

Закончив очередной свой растровый шедевр Жанне стало интересно, какое количество точек она ещё не закрасила в своём творении.

Помогите Жанне определить количество незакрашенных точек, если она рисовала закрашенные прямоугольники, координаты двух противоположных вершин которых ей известны.

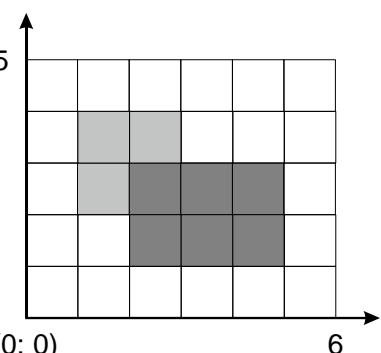
Требуется написать программу, находящую количество не закрашенных точек по известным размеру изображения, количеству нарисованных закрашенных прямоугольников и координатам их противоположных вершин.

### Формат входных данных

Первая строка, содержит 2 целых числа разделённых пробелом – ширина  $W$  и высота  $h$  изображения.  $0 \leq w, h \leq 10^3$ .

Вторая строка содержит одно число  $n$  – количество прямоугольников. Далее  $n$  строк, содержащих целочисленные координаты  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , где  $(x_1; y_1)$  и  $(x_2; y_2)$  – координаты противоположных вершин прямоугольника (стороны прямоугольника параллельны осям координат).

$0 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 \leq 10^3$ .



### Формат выходных данных

Одно число – количество не закрашенных точек изображения.

### Пример входных и выходных данных

Стандартный ввод	Стандартный вывод
6 5 2	21

1 4 3 2 2 1 5 3	
2 1 1 1 0 2 1	1

### Описание системы оценивания

Баллы начисляются за каждый пройденный тест.

### Решение

Решение удобно провести моделированием ситуации, описанной в задаче. Для того чтобы решение укладывалось во временные тесты, необходима оптимизация, одним из способов которой является представление данных в памяти. Будем представлять данные как линейный список строк, где каждая текстовая строка – это описание горизонтальной строки изображения.

Программа решения может принять следующий вид:

```
# Ввод данных
f = open('input.txt')
w, h = map(int, f.readline().split())
n = int(f.readline())
# Формируем исходный массив поля, заполненный нулями
a = [0]*h
for i in range(h):
    a[i] = [0]*w
# читаем информацию о закрашенных фрагментах и заполняем
# их единицами в массиве поля
for i in range(n):
    x1, y1, x2, y2 = map(int, f.readline().split())
    x1, x2 = min(x1,x2), max(x1,x2)
    y1, y2 = min(y1,y2), max(y1,y2)
    for x in range(x2-x1):
        for y in range(y2-y1):
            a[y1+y][x1+x] = 1
f.close()
# Найдём количество нулевых элементов
k = 0
for i in range(len(a)):
    k += a[i].count(0)
# Вывод ответа
print(k)
```

## Задача 5. Плюсы и минусы

**100 баллов**

Ограничение по времени

1 секунда

Ограничение по памяти

1 мегабайт

Входные данные

стандартный ввод

Выходные данные

стандартный вывод

Жанна Лютикова, будучи ещё той секретницей, любит придумывать шифры, чтобы писать подругам записки. В этих записках содержится абсолютно тайная информация с

грифом «Только для подруг», поэтому они нуждаются в шифровании, чтобы при случайном перехвате записи она не могла быть прочитанной.

Шифр Жанны строится следующим образом. Каждая буква или их сочетание обозначается набором знаков «+» и «-». Будем называть такой набор знаков кодовым словом. Таким образом, можно кодировать целые фрагменты текста. Количество этих знаков для разных фрагментов может быть различным. Для того чтобы подруги Жанны могли однозначно декодировать полученный зашифрованный текст гарантируется что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.

В то время, когда Жанна легко оперирует своим шифром, подругам сложно прочитать полученную от Жанны записку. Помогите подругам в декодировании записок.

Требуется написать программу, декодирующую записку по известному её содержимому и кодовой таблице символов.

### **Формат входных данных**

Первая строка содержит зашифрованный текст. Вторая строка содержит одно число  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^3$ ) – количество кодовых слов. Далее  $n$  строк, состоящих из заглавной буквы (сочетания букв) латинского алфавита и кодового слова разделённых пробелом.

### **Формат выходных данных**

Одна строка – расшифрованное слово.

### **Пример входных и выходных данных**

Стандартный ввод	Стандартный вывод
----+---++ 3 D ++ E +- PRA -	PRA PRA PRA DE D
-+---+---+-+--- 4 AB + CD -- E --- FGH ---	C D E A B E E F G H

### **Описание системы оценивания**

Баллы начисляются за каждый пройденный тест.

### **Решение**

Обратим внимание, что в основе задачи находится двоичное дерево кодирования слов (символов), являющиеся листьями этого дерева. В задаче «гарантируется что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова», что является условием Фано. Таким образом, решение задачи видится двумя путями: построить дерево или осуществлять поиск фрагмента строки в кодовой таблице так, чтобы этот фрагмент встречался единожды. Воспользуемся вторым путём.

Программа решения может принять следующий вид:

```
f = open('input.txt')  
# чтение данных  
s = f.readline().strip()  
n = int(f.readline())  
# a - значение кодов, b - коды знаками +-  
a, b = [], []  
for i in range(n):  
    at, bt = f.readline().split()
```

```
a.append(at)
b.append(bt)
f.close()
# алгоритм декодирования строки
dec = ''
# будем посимвольно брать символы кода и искать полученный набор
# в массиве кодов b. Если такой набор найден,
# то расшифровываем его
while len(s) > 0:
    t = s[0]
    s = s[1:]
    z = -1
# поиск в массиве
    while z == -1:
        try:
            z = b.index(t)
        except ValueError:
            z = -1
            t += s[0]
            s = s[1:]
    dec += a[z]
# вывод данных
print(dec)
```