Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по информатике 2024/2025 года в Камчатском крае.

I. Рекомендации по оцениванию

Решением задачи является программа, написанная на одном из доступных на олимпиаде языков программирования. Для проверки и оценивания решений жюри использует автоматическую тестирующую систему. На проверку отправляется исходный текст программы. При отправке решения на проверку участник указывает, с использованием какого языка программирования и компилятора выполнено решение. Разные решения, отправленные на проверку, могут использовать разные языки программирования и/или компиляторы.

Программа запускается на тестах. Для каждого теста, на котором был выполнен запуск, устанавливается результат выполнения на этом тесте. Верный ответ на тест, выданный при соблюдении указанных в условии задачи ограничений, соответствует результату OK.

Когда программа запускается, ей указанным в условии задачи способом передаются входные данные. Для ввода данных используется стандартный поток ввода.

В условии каждой задачи приведены примеры входных и выходных данных для этой задачи. Решение участника запускается на тестах из примеров, приведенных в условии задачи, результат работы на этих тестах сообщается участнику.

Каждая задача оценивается максимум в 100 баллов. Каждый пройденный тест (за исключением тестов из условия) оценивается в 5 баллов. Оценка за задачу вычисляется по формуле: (кол-во пройденных тестов) × 5.

II. Краткие рекомендации по решению задач, примеры решений

В состав пакета для каждой задачи входят решения (в электронном виде) на языках программирования Python и Си++.

Ниже представлены краткие рекомендации к решению задач.

Задача 1. Пирамида снизу
Задача на вывод формулы.

Частичное решение (***n*** <= 100):

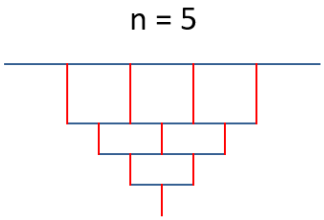
Вручную вычислив и проанализировав результаты для первых значений ***n*** можно увидеть закономерность:

n	1	2	3	4	5
ans	8	24	52	92	144
больше предыдущего значения на …		16	28	40	52
что больше предыдущего увеличения на …			12	12	12

Каждый новый узор содержит столько линий, сколько есть в предыдущем, увеличенном на ***d***, которое тоже увеличивается с каждой новой итерацией на постоянное значение 12 (этот факт является следствием того, что неизвестная нам пока зависимость – квадратичная). Эта закономерность позволяет нам построить переборное решение:

```
n = int(input())
ans = 8
d = 16
for i in range(2, n + 1):
    ans += d
    d += 12
print(ans)
```

Полное решение: Разделим диагоналями изображение на 4 равные части и рассмотрим одну из таких четвертей, например, верхнюю. Раскрасим в ней вертикальные и горизонтальные линии в разные цвета.



Вертикальные линии длины 1 (если идти от центра) образуют арифметическую прогрессию 1 + 2 + ... + (n - 2). Есть ещё вертикальные линии длины 2, их n - 1.

Всего получается (n - 2) * (n - 1) / 2 + 2 * n - 2.

Горизонтальные линии длины 2 (если идти от центра) образуют арифметическую прогрессию 1 + 2 + ... + (n - 2). Есть ещё горизонтальные линии длины 2 на самом краю, их n.

Всего получается (n - 2) * (n - 1) + 2 * n.

Сложим полученные выражения и умножим на 4. После упрощения получим формулу ans = 6 * n ** 2 - 2 * n + 4.

Пример программы (Python):

```
n = int(input())
print(6 * n ** 2 - 2 * n + 4)
```

Задача 2. Видеокамера.

Задача на проверку условий.

Частичное решение: треугольная область обзора камеры имеет площадь a ** 2 или b ** 2 (в зависимости от того, на какой из стен она висит), поскольку этот треугольник прямоугольный и равносторонний.

```
a = int(input())
b = int(input())
x = int(input())
y = int(input())
if y == 0 or y == b:
    ans = b ** 2
if x == 0 or x == a:
    ans = a ** 2
print(ans)
```

Полное решение: рассмотрим случай, когда камера висит на верхней или нижней стене (y = 0 или y = b).

Треугольная область обзора камеры имеет площадь S1 = b ** 2. Из неё могут вычитаться треугольные области, ограниченные левой и правой стенами.

Заведем переменную S2 для хранения площади вычитаемой площади. Для сохранения целочисленности будем в ней хранить площадь квадрата, а пополам поделим потом.

Проверим, не пересекает ли наш треугольник левую стенку:

```
if x - b < 0:
    S2 += abs(x - b) ** 2
```

Проверим, не пересекает ли наш треугольник правую стенку:

```
if x + b > a:
    S2 += (x + b - a) ** 2
```

Осталось корректно вычислить итоговую площадь:

```
if S2 % 2 == 1:
    ans = str(S1 - 1 - S2 // 2) + '.5'
else:
    ans = str(S1 - S2 // 2)
```

Аналогично рассматривается случай, когда камера висит на левой или правой стене.

Пример программы:

```
a = int(input())
b = int(input())
```

```
x = int(input())
y = int(input())
S2 = 0
if y == 0 or y == b:
    S1 = b ** 2
    if x - b < 0:
        S2 += abs(x - b) ** 2
    if x + b > a:
        S2 += (x + b - a) ** 2
if x == 0 or x == a:
    S1 = a ** 2
    if y - a < 0:
        S2 += abs(y - a) ** 2
    if y + a > b:
        S2 += (y + a - b) ** 2

if S2 % 2 == 1:
    ans = str(S1 - 1 - S2 // 2) + '.5'
else:
    ans = str(S1 - S2 // 2)
print(ans)
```

Задача 3. Таблица Пифагора

Задача на сокращение перебора.

Частичное решение (для небольших ***n***): полный перебор.

```
n = int(input())
d = int(input())
ans = 0
for i in range(1, n + 1):
    for j in range(1, n + 1):
        if i * j % 10 == d:
            ans += 1
print(ans)
```

Полное решение: ясно, что последние цифры чисел во всех таблицах размером 10 на 10 будут повторяться (поскольку их значения зависят только от последних цифр множителей, а они могут принимать значения от 0 до 9). Переберём двумя вложенными циклами все числа (a и b) от 1 до 10.

Если случилось так, что a * b % 10 == d, то в каждом квадрате размером 10 на 10 на пересечении линий с числами, оканчивающимися на a и b будет стоять цифра d на последнем месте. Всего таких квадратов будет (n % 10) * (n % 10) = (n % 10) ** 2. Добавим это число к ответу.

Возможно, что n не кратно 10. Тогда справа от последнего полного квадрата будет расположен прямоугольник высотой 10 и шириной n % 10. Если b <= n % 10, то в каждом таком прямоугольнике тоже будет пересечение линий с числами, оканчивающимися на a и b, и цифра d тоже будет стоять на последнем месте. Всего таких прямоугольников будет (n % 10). Добавим это число к ответу.

Аналогично в общем случае ниже последнего полного квадрата будет расположен прямоугольник высотой n % 10 и шириной 10. Если a <= n % 10, то в каждом таком прямоугольнике тоже будет пересечение линий с числами, оканчивающимися на a и b, и цифра d тоже будет стоять на последнем месте. Всего таких прямоугольников будет (n % 10). Добавим это число к ответу.

Наконец, в правом нижнем углу будет квадрат размером n % 10 на n % 10. Если a <= n % 10 и b <= n % 10, то в этом квадрате тоже будет пересечение линий с числами,

оканчивающимися на a и b, и цифра d тоже будет стоять на последнем месте. Добавим к ответу 1.

Пример программы (Python):

```
n = int(input())
d = int(input())
ans = 0
for a in range(1, 11):
    for b in range(1, 11):
        if a * b % 10 == d:
            ans += (n // 10) ** 2
            if b <= n % 10:
                ans += n // 10
            if a <= n % 10:
                ans += n // 10
            if a <= n % 10 and b <= n % 10:
                ans += 1
print(ans)
```

Задача 4. Го...ол!

Задача на сокращение перебора.

Подзадача 1: будем перебирать все числа от 102 до данного числа a * 10 ** (n + 1) + b и проверять их на указанные признаки, запустив счетчик подходящих чисел.

Пример программы (Python):

```
def is_goal(number):
    s = str(number)
    if s[0] != s[-1] and s[-1] != '0' and s[1:-1] == '0' *
(len(s) - 2):
        return True
    return False

a = int(input())
n = int(input())
b = int(input())
ans = 0
for i in range(102, a * 10 ** (n + 1) + b + 1):
    if is_goal(i):
        ans += 1
print(ans)
```

Подзадача 2: будем формировать все подходящие числа, не превышающие данного числа, запустив счетчик чисел.

Пример программы (Python):

```
a = int(input())
n = int(input())
b = int(input())
number = a * 10 ** (n + 1) + b
ans = 0
for x in range(1, n + 1):
    for y in range(1, 10):
        for z in range(1, 10):
            if y != z:
                p = y * 10 ** (x + 1) + z
```

```
                if p <= number:
                    ans += 1
print(ans)
```

Полное решение: выведем формулу.

Каждое увеличение n на 1 даёт 72 новых голевых числа (на первое и последнее место можно поставить любую цифру от 1 до 9 (всего 81 комбинация), но нужно убрать все случаи, когда эти цифры равны (таких "плохих" комбинаций 9).

Каждое увеличение a на 1 (при том же n) даёт 8 новых голевых чисел (на последнее место можно поставить любую цифру от 1 до 9 (всего 9 комбинаций), но нужно убрать один случай, когда эта цифра равна первой.

Каждое увеличение b на 1 (при тех же же a и n) даёт одно новое голевое число. Однако, если b > a, то одно число не будет голевым (если b = a).

Окончательно, формула выглядит так:

1) если b < a:

ans = 72 * (n - 1) + 8 * (a - 1) + b

2) если b > a:

ans = 72 * (n - 1) + 8 * (a - 1) + b – 1

Пример программы (Python):

```
a = int(input())
n = int(input())
b = int(input())
ans = (n - 1) * 72 + (a - 1) * 8 + (b - 1)
if b < a:
    ans += 1
print(ans)
```

Задача 5. Ковбои и кино.

Бинарный поиск.

Частичное решение: перебор всех возможных ответов, начиная с наименьшего из чисел a, b, c. Для каждого ответа определяем, хватит ли нам собранных средств. Как только средств не хватит, выходим из цикла.

Пример программы (Python):

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
n = int(input())
ans = min(a, b, c)
summa = 3 * ans - (a + b + c)
while summa <= n:
    ans += 1
    summa = 0
    if a > ans:
        summa -= a - ans
    else:
        summa += 2 * (ans - a)
    if b > ans:
        summa -= b - ans
    else:
        summa += 2 * (ans - b)
    if c > ans:
        summa -= c - ans
    else:
        summa += 2 * (ans - c)
```

```
print(ans - 1)
```

Полное решение. Бинарный поиск по ответу.

Чем больше количество вечеров, тем больше долларов для просмотра фильмов потребуется.

Для каждого количества вечеров мы можем быстро узнать количество необходимых денег, значит, бинарный поиск применим. Реализуем его.

```
a = int(input())
b = int(input())
c = int(input())
n = int(input())
left = 0
right = 10 ** 18
while right - left > 1:
    middle = (right + left) // 2
    summa = 0
    if a < middle:
        summa += 2 * (middle - a)
    else:
        summa -= a - middle
    if b < middle:
        summa += 2 * (middle - b)
    else:
        summa -= b - middle
    if c < middle:
        summa += 2 * (middle - c)
    else:
        summa -= c - middle
    if summa <= n:
        left = middle
    else:
        right = middle
print(left)
```