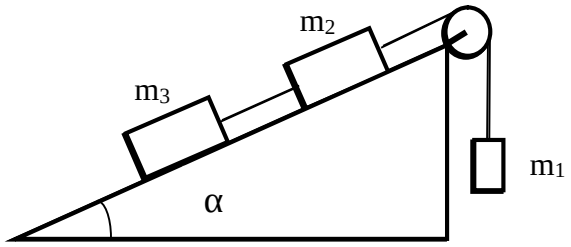
Всероссийская олимпиада школьников
II (муниципальный) этап
Физика
11 класс
Решения. Критерии проверки

Общее время выполнения работы – 3 часа 30 минут.

Задание 1

Три груза с массами m_1, m_2, m_3 связаны нитью, перекинутой через блок, установленный на наклонной плоскости (см. рис). Плоскость образует с горизонтом угол α. Начальные скорости грузов равны нулю. Найти силу натяжения T нити, связывающей грузы, находящиеся на наклонной плоскости. Коэффициент трения между грузами и плоскостью равен k.



Решение

Возможны три случая.

1) Грузы съезжают по наклонной плоскости. Это при условиях:
   $(m_2 + m_3)\, g\, (\sin\alpha - k\cos\alpha) > m_1 g$ и $\operatorname{tg}\alpha > k$

2) Грузы поднимаются по наклонной плоскости. Это при условии:
   $m_1 g > (m_2 + m_3)\, g\, (\sin\alpha - k\cos\alpha)$
3) Сила трения столь велика, что грузы покоятся

Рассмотрим эти случаи.

1 случай

$$(m_2 + m_3)\, g\, (\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_1 g = a\,(m_1 + m_2 + m_3)$$

$$a_1 = \frac{(m_2 + m_3)(\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_1}{m_1 + m_2 + m_3}\, g$$

Для m_3

$$m_3 g\, (\sin\alpha - k\cos\alpha) - T_1 = m_3 a_1$$
$$T_1 = m_3 g\, (\sin\alpha - k\cos\alpha) - m_3 a_1$$

Обозначим

$A \equiv \sin\alpha - k\cos\alpha$

$$T_1 = m_3 g\, \frac{m_1 A + (m_2 + m_3)A - (m_2 + m_3)A + m_1}{m_1 + m_2 + m_3} = m_1 m_3 g\, \frac{A + 1}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$T_1 = m_1 m_3 g\, \frac{\sin\alpha - k\cos\alpha + 1}{m_1 + m_2 + m_3}$$

2 случай Обозначим

$B \equiv \sin\alpha + k\cos\alpha$

$m_1 g - (m_2 + m_3)Bg = (m_1 + m_2 + m_3)a_2$

$a_2 = \dfrac{m_1 - B(m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} g$

Для m_3

$$T_2 = m_3 g \left(B + \frac{m_1 - B(m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3}\right) =$$

$$= m_3 g \left(\frac{Bm_1 + B(m_2 + m_3) + m_1 - B(m_2 + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} \right) = m_1 m_3 g \left(\frac{B + 1}{m_1 + m_2 + m_3} \right)$$

$$T_2 = m_1 m_3 g \left(\frac{\sin\sim + k\cos\sim + 1}{m_1 + m_2 + m_3} \right)$$

3 случай

Если грузы покоятся, то величина T_3 может меняется от 0 до T_1.

Максимальный балл – 100. Проведен анализ, получено решение с правильным ответом.
90 баллов. Идея решения верна. Ответ в одном из случаев получен неверно из-за ошибок в выкладках.
80 баллов. Идея решения верна. Ответ в двух случаях получен неверно из-за ошибок в выкладках.
60 баллов. Идея решения верна. Правильных решений не получено или задача решена верно для двух случаев.
40 баллов. Рассмотрен один случай.
До 30 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 2

В U-образном сосуде постоянного сечения находится жидкость с плотностью ρ. Длина всего столба жидкости равна 2H. Уровень жидкости в одном из колен поднимается на малую величину Δh и жидкость, предоставленная сама себе, совершает малые колебания. Найдите период колебаний жидкости. Трением пренебречь.

Решение

При смещении столба жидкости на Δh в каждом колене возникает разность давлений

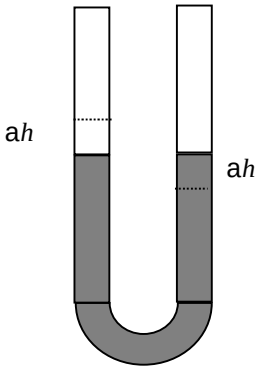
$$\Delta p = \rho g * 2 \Delta h$$

и связанная с этой разностью возвращающая сила

$$F = \rho g * 2 \Delta h S$$

Эта сила пропорциональна смещению

$$F = -k \Delta h \qquad k = 2\rho g S$$



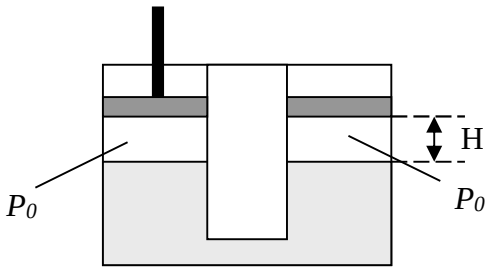
По формуле $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ находим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot S H}{2 \cdot g S}} = 2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$$

Максимальный балл – 60. Получено решение с правильным ответом.
50 баллов. Идея решения верна. Ответ получен неверно из-за ошибок в выкладках.
30 баллов. Правильно использована идея нахождения *k* в формуле для периода *T*.
До 15 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 3

Два одинаковых сообщающихся сосуда с поршнями частично заполнены жидкостью с плотностью ρ. Расстояния поршней от поверхностей жидкости одинаковы и равны H (см. рис.). Один из поршней закреплен, а второй поднимают на высоту h. При какой высоте h разность уровней жидкости в сосудах будет равна H? Начальное давление воздуха в каждом из сосудов равно p_0



Решение

По условию Δ h = H /2 . Процесс ***изотермический***, тогда:

$p_1V_1 = p_0V_0$ $p_2V_2 = p_0V_0$

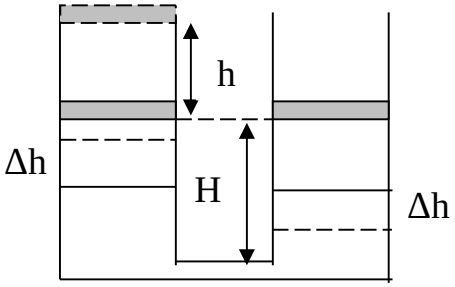
$p_1 = p_0\ SH / S(H – H/2 + h)$ $p_2 = p_0\ SH / S(H + H/2)$

$p_1 = p_0\ H / (H/2 + h)$ $p_2 = 2/3\ p_0$

$p_1 + \rho gH/2 = p_2 - \rho gH/2$ $p_1 = 2/3\ p_0 – \rho\ g\ H$

$p_0\ H / (H/2 + h) = 2/3\ p_0 – \rho\ g\ H$

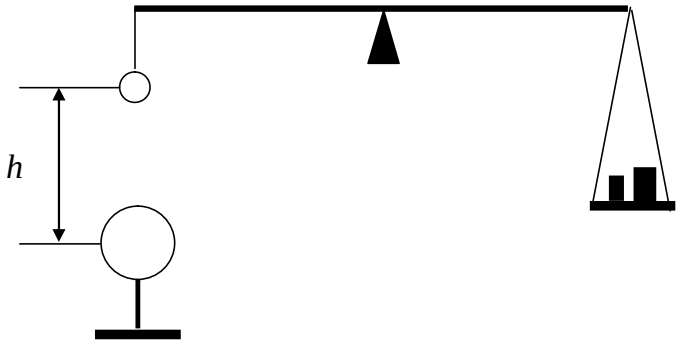
$h = H\ (4\ p_0 + 3\rho gH) / [2(2\ p_0 - 3\rho gH\ )]$



Максимальный балл – 80. Получены решения с правильными ответами.
70 баллов. Идея решения верна, но сделаны математические ошибки.
40 баллов. Сделан вывод, что процесс изотермический, иначе задача нерешаема.
До 20 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 4

Металлический шарик радиуса $R_1 = 1*10^{-2}$ м прикреплен с помощью диэлектрической палочки к коромыслу весов, после чего весы уравновешены гирями (см. рис.). Под шариком помещают заряженный шарик радиуса $R_2 = 2*10^{-2}$ м. Расстояние между шариками h = 10 см. Шарики и замыкают между собой проволочкой, а потом проволочку убирают. После этого оказывается, что для восстановления равновесия надо снять с чашки весов гирю массы $m = 5*10^{-3}$ г. До какого потенциала φ был заряжен нижний шарик до замыкания его проволочкой с шариком 1?



Решение

До замыкания верхний шарик не заряжен и $F_к = 0$. После замыкания уравняются потенциалы шариков. Заряд распределится между шариками.

$q = q_1 + q_2 \qquad \varphi_1 = \varphi_2$

$k\, q_1 / R_1 = k\, q_2 / R_2$

$q = q_1 + q_1 R_2 / R_1 = q_1(R_1 + R_2) / R_1$

$q_1 = q\, R_1 / (R_1 + R_2) \qquad q_2 = q\, R_2 / (R_1 + R_2)$

Начальный потенциал: $\varphi = k\, q / R_2$

Кулоновская сила уравнивается изменением веса гирек.

$F_к = mg \qquad k\, q_1\, q_2 / h^2 = mg$

$k\, q^2\, R_1\, R_2 / [(R_1 + R_2)^2\, h^2] = mg$

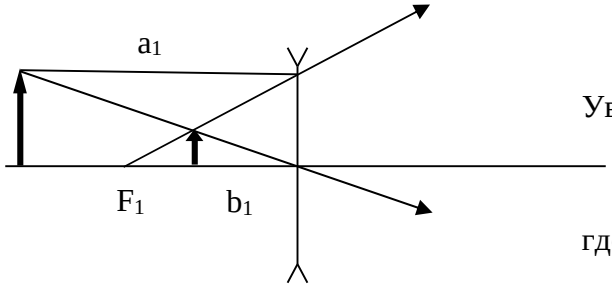
$$q = h\,(R_1 + R_2)\,\sqrt{mg / k\, R_1\, R_2}$$

$$\varphi = [\, h\,(R_1 + R_2) / R_2\,]\,\sqrt{k\, mg / R_1\, R_2} = 7{,}1 \text{ кВ}$$

Максимальный балл – 80. Проведен анализ. Получено решение с правильным ответом.
60 баллов. Идея решения верна, но сделаны математические ошибки.
20 баллов. Сделан вывод, что после соединения шариков их потенциалы уравняются.
До 15 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 5. Рассеивающая линза дает изображение предмета с увеличением 0,2. Если вплотную к ней приставить тонкую собирающую линзу, то при том же расстоянии до предмета эта система создаст прямое изображение с увеличением 2/3. Определите, с каким увеличением получится изображение предмета от одной собирающей линзы при том же расстоянии от линзы до предмета

Решение



Рассеивающая линза дает мнимое изображение

$$-\frac{1}{F_1} = -\frac{1}{b_1} + \frac{1}{a_1}. \qquad (1)$$

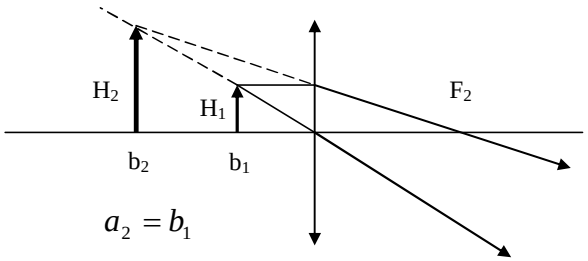
Увеличение для рассеивающей линзы

$$k_1 = \frac{H_1}{h} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{1}{5} \qquad (2)$$

где h – высота предмета

H_1 – высота изображения в рассеивающей линзе

Если вплотную к рассеивающей линзе приставить тонкую собирающую линзу, то изображение, полученное в рассеивающей линзе, будет предметом для собирающей линзы. По условию задачи система создаст прямое изображение, значит изображение в собирающей линзе будет мнимым.



По формуле линзы для мнимого изображения можем записать:

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2}. \qquad (3)$$

Увеличение системы

$$k = k_1 k_2 = \frac{H_1}{h} \cdot \frac{H_2}{H_1} = \frac{H_2}{h} = \frac{2}{3} \qquad (4)$$

Из (1) и (2) получим $F_1 = \frac{a_1}{4}$, то есть $a_1 = 4F_1$ $\quad b_1 = \frac{4F}{5}$

из (4) увеличение собирающей линзы в системе $k_2 = \frac{5}{3}$

$$a_2 = b_1 \quad k_2 = \frac{b_2}{a_2} = \frac{5}{3}$$

тогда $F_2 = 2F_1$ и $a_1 = 2F_2$

Предмет будет находиться на двойном фокусном расстоянии от собирающей линзы, следовательно, увеличение изображения предмета от одной собирающей линзы будет равно

$$k_0 = 1$$

Максимальный балл – 80. Проведен анализ, нарисован правильный ход лучей, получено решение с правильным ответом.
60 баллов. Проведен анализ, нарисован правильный ход лучей, Ответ получен неверно из-за ошибок в выкладках.
40 баллов. Правильно написаны формулы линзы для двух первых случаев.
До 20 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.