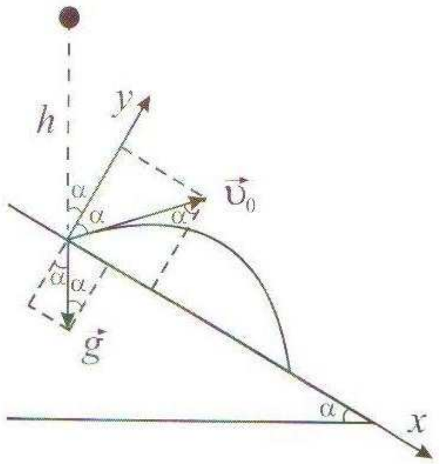
10 класс, 2015-2016 учебный год.

Задача №1.

Шарик падает с нулевой начальной скоростью на гладкую наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. Пролетев расстояние h, он упруго отразился от плоскости. На каком расстоянии от места падения шарик отразится второй раз?



Возможный вариант решения: Необходимо правильно расположить систему координат (см. рисунок) (2 балла). Тогда уравнения движения после удара о плоскость будут выглядеть следующим образом:

$$x = \upsilon_0 t \sin\alpha + \frac{gt^2 \sin\alpha}{2} \text{ (1 балл)}, \qquad (1)$$

$$y = \upsilon_0 t \cos\alpha - \frac{gt^2 \cos\alpha}{2} \text{ (1 балл)}. \qquad (2)$$

При $x = l$: $y = 0$, тогда из уравнения (2) найдем время полета:

$$t = \frac{2\upsilon_0}{g} \text{ (1 балл)}. \qquad (3)$$

Из закона сохранения энергии для шарика до удара получим:

$$mgh = \frac{m\upsilon_0^2}{2} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{2gh} \text{ (2 балла)}. \qquad (4)$$

Подставим (3), (4) в (1). Получим:

$$l = \upsilon_0 \frac{2\upsilon_0}{g}\sin\alpha + \frac{g\sin\alpha}{2}\left(\frac{2\upsilon_0}{g}\right)^2 = \frac{4\cdot 2gh\cdot\sin\alpha}{g} = 8h\sin\alpha \text{ (3 балла)}.$$

Ответ: $l = 8h\sin\alpha$.

Задача №2.

Тяжелый груз массой 100 кг необходимо переместить человеку, масса которого 60 кг. Коэффициент трения груза о поверхность 0.2, коэффициент трения подошв человека 0.3. Под каким углом к горизонту следует направить силу, с которой следует тянуть груз?

Возможный вариант решения: Силы, действующие на груз, разложим по осям x, y, направленным горизонтально и вертикально:

Здесь:

$$\begin{aligned} x&: F\cdot\cos\alpha - F_{1mp} = 0; \\ y&: N_1 + F\sin\alpha - P_1 = 0; \end{aligned} \quad \text{где} \quad \begin{aligned} F_{1mp} &= \mu_1 N_1; \\ P_1 &= m_1 g. \end{aligned} \quad \text{(2 балла)}$$

Рассмотрим также силы, действующие на человека

Здесь:

$$\begin{aligned} &F_{2mp} - F\cos\alpha = 0; \\ &N_2 - F\sin\alpha - P_2 = 0; \end{aligned} \quad \text{где} \quad \begin{aligned} F_{2mp} &= \mu_2 N_2; \\ P_2 &= m_2 g. \end{aligned} \quad \text{(2 балла)}$$

Откуда

$$F = \frac{\mu_2 m_2 g}{\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha}. \text{ (2 балла)}$$

Подставляя это уравнение в первую систему уравнений, получим:

$$\frac{\mu_2 m_2 g(\cos\alpha + \mu_1 \sin\alpha)}{\cos\alpha - \mu_2 \sin\alpha} = \mu_1 m_1 g \text{ отсюда: } tg\alpha = \frac{\mu_1 m_1 - \mu_2 m_2}{\mu_1 \mu_2 (m\ \ + m_2)} \text{ (3 балла).}$$

Подставляя числа, получим:

$$tg\alpha = \frac{0.2 \cdot 100 - 0.3 \cdot 60}{0.2 \cdot 0.3 \cdot (100 + 60)} = \frac{2}{0.6 \cdot 16} \approx 0.2 \text{ (1 балл).}$$

Ответ: $tg\alpha \approx 0.2$.

Задача №3.

Старинные часы устроены так, чтобы правильно показывать время, период колебаний маятника должен быть равен 2 секундам. Оказалось, что за сутки они отстают на 1 минуту. Как нужно изменить длину маятника, чтобы они шли верно?

Возможный вариант решения: В сутках 1440 минут. Часы, отстающие на одну минуту, за сутки отсчитали 1439 минут (1 балл). Период колебаний маятника этих часов, следовательно, не две секунды, а больше на $(1/1440) \cdot 2$ долю секунды (1 балл). Маятник, имеет первоначально длину $L_0 = (T_0/2\pi)^2 g = 9.95$ м где $T_0 = 2 + \left(\frac{2}{1440}\right)$ с (3 балла). Маятник должен иметь длину $L = (T/2\pi)^2 g = 9.93$ м, где $T = 2$ с (3 балла). Следовательно, надо укоротить маятник на $\Delta L = L - L_0 = 0.02$ м (2 балла).

Ответ: укоротить на $\Delta L = 0.02$ м.

Задача №4.

В комнате протопили печь, при этом температура повысилась с $t_1 = 15°C$ до $t_2 = 27°C$. На сколько процентов уменьшилось число молекул в комнате?

Возможный вариант решения: Концентрация молекул (число молекул в единице объема) связана с давлением p и температурой T газа соотношением: $n = \frac{p}{kT}$ (1 балл), где $k = \frac{R}{N_A}$ – постоянная Больцмана.

По условию задачи объем V и давление p воздуха остаются постоянными, поэтому числа молекул при температурах T_1 и T_2 в комнате равны соответственно:

$$N_1 = n_1 V = \frac{p}{kT_1} V \text{ (2 балла),} \qquad N_2 = n_2 V = \frac{p}{kT_2} V \text{ (2 балла).}$$

Относительное число молекул, покинувших комнату, определится отношением:

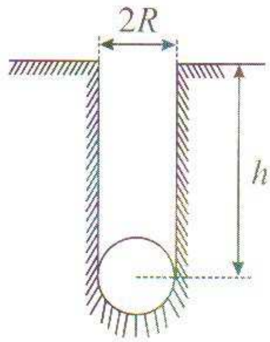
$$\frac{\Delta N}{N_1} = \frac{N_1 - N_2}{N_1} = \frac{\frac{pV}{k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}{\frac{pV}{kT_1}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \text{ (4 балла)}$$

или в процентах: $$\frac{\Delta N}{N}100\% = \frac{T_2 - T_1}{T_2}100\% = 4\% \text{ (1 балл).}$$

Ответ: $\frac{\Delta N}{N} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 0.04$.

Задача №5.

Стальной шарик радиусом $R = 2$ см, нагретый до температуры $t_1 = 200°$ C, положили на лед, температура которого $t_2 = 0°$ C. Пренебрегая теплопроводностью шарика и нагреванием воды, определить глубину h погружения шарика в лед. Удельная теплоемкость стали $c_1 = 0.46$ кДж/кг · К, льда $c_2 = 2.1$ кДж/кг · К, плотности стали $\rho_1 = 7800$ кг/м^3, льда $\rho_2 = 900$ кг/м^3, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.



Возможный вариант решения: Из рисунка видно, что объем расплавившегося льда при полном погружении шарика складывается из объемов цилиндра и полусферы:

$$V = \pi R^2 h + \frac{2}{3}\pi R^3 \text{ (2 балла).}$$

Количество теплоты, отданное при охлаждении шарика:

$$\theta_{\text{затр}} = \frac{4}{3}\pi\rho_1 R^3 c(t_1 - t_2) = \frac{4}{3}\pi\rho_1 R^3 c t_1 \text{ (2 балла).}$$

Количество теплоты, полученное льдом при плавлении:

$$\theta_{\text{получ}} = m_2\lambda = \rho_2 V\lambda = \left(\pi R^2 h + \frac{2}{3}\pi R^3\right)\rho_2\lambda \text{ (2 балла).}$$

Используем уравнение теплового баланса $(\theta_{\text{затр}} = \theta_{\text{получ}})$ (1 балл) и решим его относительно искомой величины:

$$h = \frac{\frac{2}{3}R(2\rho_1 c t_1 - \rho_2\lambda)}{\rho_2\lambda} \approx 5.1 \text{ см (3 балла).}$$

Ответ: $h \approx 5.1$ см.