

Физика, 10 класс, муниципальный этап

Возможные решения задач

Задача № 1. «Наклонная плоскость» (10 баллов)

По третьему закону Ньютона: $|\vec{F}_u| = ma$ (1) (1 балл)

Необходимо найти $a = a_{\min}$. (2)

Введем ось координат, как показано на рисунке.

Проекция сил на ось «x»: $mg \sin \alpha + F_{mp} - F_u \cos \alpha = 0$ (3) (2 балла)

$$F_{mp} = fN = f(mg \cos \alpha + F_u \sin \alpha) \quad (4) \quad (2 \text{ балла})$$

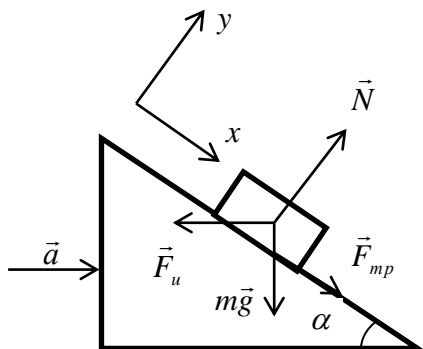
где N – сила нормального давления.

Подставляем F_{mp} в уравнение (3) с учетом уравнения (1):

$$mg \sin \alpha + fmg \cos \alpha + fma \sin \alpha - ma \cos \alpha = 0 \quad (5) \quad (2 \text{ балла})$$

Преобразуем: $mg \sin \alpha + fmg \cos \alpha = ma \cos \alpha - fma \sin \alpha = 0$ (6) (2 балла)

Отсюда $a = \frac{g \sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \alpha - f \sin \alpha} = 8,62 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ (7) (1 балл)



Задача № 2. «Земля» (10 баллов)

Из Второго закона Ньютона и закона Всемирного тяготения следует:

$$g_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad (1) \quad (2 \text{ балла})$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (2) \quad (2 \text{ балла})$$

$$\frac{g}{g_1} = \frac{(R+h)^2}{R^2}, \quad (3) \quad (2 \text{ балла})$$

отсюда
$$\frac{(R+h)}{R} = \sqrt{\frac{g}{g_1}} \quad (4) \quad (2 \text{ балла})$$

значит
$$R+h = R \sqrt{\frac{g}{g_1}},$$

отсюда
$$h = R \left(\sqrt{\frac{g}{g_1}} - 1 \right) \quad (5) \quad (2 \text{ балла})$$

Задача № 3. «Вращение» (10 баллов)

Центростремительная сила, действующая на тела – это сила тяготения.

Если r_1 и r_2 – расстояния тел до центра масс, то

$$\frac{m_1 v_1^2}{r_1} = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \quad (1) \quad (1 \text{ балл})$$

$$\frac{m_2 v_2^2}{r_2} = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \quad (2) \quad (1 \text{ балл})$$

$$\begin{cases} v_1 = \omega r_1 \\ v_2 = \omega r_2 \end{cases} \quad (3) \quad (1 \text{ балл})$$

$$r_1 + r_2 = R \quad (4) \quad (1 \text{ балл})$$

$$\omega^2 r_1 = G \frac{m_2}{R^2} \quad (5) \quad (2 \text{ балла})$$

$$\omega^2 r_2 = G \frac{m_1}{R^2} \quad (6) \quad (2 \text{ балла})$$

Складываем (5) и (6), получим:

$$\omega^2 (r_1 + r_2) = G \frac{(m_1 + m_2)}{R^2}, \quad (7) \quad (1 \text{ балл})$$

отсюда

$$\omega = \sqrt{G \frac{(m_1 + m_2)}{R^2}} \quad (8) \quad (1 \text{ балл})$$

Задача № 4. «Большой теннис» (10 баллов)

Запишем законы сохранения энергии и импульса для процесса упругого удара мяча о ракетку

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{Mu'^2}{2}, \quad (1)$$

$$mv - Mu = -mv' + Mu', \quad (2)$$

где m – масса мяча,

M – масса ракетки,

v' и u' – скорости мяча и ракетки после удара соответственно.

Решая эту систему уравнений, найдем

$$v' = \left[2u + v \left(1 - \frac{m}{M} \right) \right] \left(1 + \frac{m}{M} \right)^{-1} = 70 \text{ м/с}, \quad (3)$$

$$u' = \left[u \left(\frac{M}{m} \right) - 2v \right] \left(1 + \frac{M}{m} \right)^{-1} = 0 \text{ м/с}. \quad (4)$$

Из формулы (3) нетрудно видеть, что если сделать ракетку очень тяжелой или мяч очень легким (т.е. $M \gg m$), то скорость мяча после удара будет максимальной:

$$v' = 2u + v = 90 \text{ м/с}. \quad (5)$$

Однако, такую ситуацию вряд ли можно реализовать на практике, ведь очень тяжелой ракеткой будет трудно наносить удары по мячу, а слишком легкий мяч тяжело направить по заданной траектории.

Критерии оценивания:

записан закон сохранения энергии для системы мяч ракетка (1) – 1 балл,

записан закон сохранения импульса для системы мяч ракетка (2) – 1 балл,

найдена скорость мяча после удара (3) – 2 балла,

найдена скорость отдачи ракетки (4) – 2 балла,

получена максимальная скорость мяча (5) – 2 балла,

сделан вывод о практической реализации максимальной скорости – 2 балла.

Задача № 5. «Испытание лебедки» (10 баллов)

Трос оборвется, если максимальная сила натяжения троса F_{max} превысит F_{crit} .

Для нахождения F_{max} будем исходить из закона сохранения энергии, приравняем изменение кинетической и потенциальной энергий груза к изменению энергии упругой деформации троса:

$$\frac{mv^2}{2} + mg(x - x_0) = \frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}, \quad (1)$$

где $x_0 = mg/k$ – удлинение троса под действием веса mg ,

x – удлинение троса в результате внезапной остановки груза (сюда входит и удлинение x_0).

Решая полученное уравнение относительно x

$$x^2 - \frac{2mg}{k}x + \left(\frac{mg}{k}\right)^2 - \frac{mv^2}{k} = 0, \quad (2)$$

найдем

$$x_{1,2} = \frac{mg}{k} \pm \sqrt{\frac{mv^2}{k}}. \quad (3)$$

Максимальная сила натяжения троса равна:

$$F_{max} = kx = mg + v\sqrt{mk} \approx 13.2 \text{ кН} > F_{crit}. \quad (4)$$

Следовательно, трос оборвется.

Критерии оценивания:

записано условие обрыва троса – 1 балл,

записан закон сохранения энергии (1) – 2 балла,

получено выражение для $x_0 = mg/k$ – 1 балл,

получено квадратное уравнение (2) – 1 балл,

найдено удлинение троса (3) – 2 балла,

получена максимальная сила натяжения троса (4) – 2 балла,

сделан правильный вывод о разрыве троса – 1 балл.

Всего за все задания олимпиады – 50 баллов.