Возможные решения задач (11 класс)

Задача 1 (10 баллов). Учитывая, что проекции скорости частицы являются производными от соответствующих декартовых координат по времени, т.е.

$$V_X = \frac{dx}{dt}, V_Y = \frac{dy}{dt}, V_Z = \frac{dz}{dt},$$

находим

$$V_X = -\mu A \sin \mu t, V_Y = \mu A \cos \mu t, V_Z = \mu A. \text{ (**3 балла**)}$$

По известным проекциям скорости находим ее модуль:

$$V = \sqrt{{V_X}^2 + {V_Y}^2 + {V_Z}^2} = \sqrt{(\mu A)^2(\sin^2 \mu t + \cos^2 \mu t) + (\mu A)^2} = \mu A\sqrt{2}. \text{ (**3 балла**)}$$

Таким образом, частица движется с постоянной скоростью, (**2 балла**) и, следовательно, путь, пройденный ею за время t_0, равен

$$S = Vt_0 = \mu A\sqrt{2}t_0. \text{ (**2 балла**)}$$

Задача 2 (10 баллов). В случае, когда к чемодану приложена сила F_0 в нижней точке, на передний и задний выступы действует одинаковая сила реакции $mg/2$, где m – масса чемодана, а g – ускорение свободного падения. (**1 балл**) При этом $F_0 = \mu mg/2 + 2\mu mg/2 = 3\mu mg/2$. (**1 балл**)

В случае, когда сила приложена к верхней точке чемодана, на передний и задний выступы действуют неодинаковые силы реакции – N_1 на передний и N_2 на задний. **(1 балл)**

Запишем условия равновесия чемодана для действующих на него сил:

$N_1 + N_2 = mg$ (**1 балл**) и

$F = \mu N_2 + 2\mu N_1$, (**1 балл**)

а также для моментов сил относительно передней нижней точки чемодана:

$N_2 L + Fh = mgL/2$. (**1 балл**)

Из системы трех последних уравнений находим:

$F = F_0 /(1 - \mu h/L)$. (**2 балла**)

Полученный ответ справедлив при $4\mu h < L$. При выполнении обратного неравенства чемодан начнет опрокидываться, не начав скользить. (**2 балла**)

Задача 3 (10 баллов). Рассмотрим малую часть приведенного процесса – так, что объем получает приращение ΔV, температура – ΔT. (**1 балл**)

Тогда для этой части процесса по первому началу термодинамики

$\Delta Q = 3\nu R\Delta T/2 + P\Delta V$. (**1 балл)**

Из уравнения состояния идеального газа $PV = \nu RT$ следует:

$$\Delta T = \frac{(P\Delta V + V\Delta P)}{\neg R}. \text{ (**1 балл**)}$$

Уравнение приведенного процесса как уравнение линейной функции можно записать в виде:

$$P = \frac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1}V + \frac{P_1V_2 - P_2V_1}{V_2 - V_1}. \text{ (**1 балл**)}$$

Отсюда $\Delta P = \dfrac{P_2 - P_1}{V_2 - V_1}\Delta V$. (**1 балл**)

Подставляя P, ΔP и ΔT в выражение для количества теплоты в малом процессе, получаем:

$$\Delta Q = \left(\frac{4(P_2 - P_1)}{V_2 - V_1}V + \frac{5(P_1V_2 - P_2V_1)}{2(V_2 - V_1)}\right)\Delta V.$$ **(1 балл)**

По принятому в термодинамике правилу знаков если газ все время получает тепло от внешних тел, то $\Delta Q>0$ для любых значений V в этом процессе. (**2 балла**)

Тогда $\dfrac{P_2}{P_1} > \dfrac{4V - \frac{5}{2}V_2}{4V - \frac{5}{2}V_1}$. (**1 балл**)

Это неравенство должно выполняться для всех значений V в рассмотренном процессе, в том числе и для V_2. В случае $V=V_2$ получается $P_2/P_1>6/11$, т.е. $(P_2/P_1)_{\min} = 6/11$. (**1 балл**)

Задача 4 (10 баллов). Пока все резисторы в рабочем состоянии, исходную схему можно заменить эквивалентной схемой (рис. 1) и рассчитать сопротивление цепи. Пусть сопротивление одного резистора r, тогда сопротивление цепи на рис. 1 равно $R_1=2r/3$. (**2 балла**)
Если к точкам A и B подводится напряжение U, то выделяемая в цепи 1 мощность будет $P_1 = 3U^2/(2r)$. (**1 балл**)

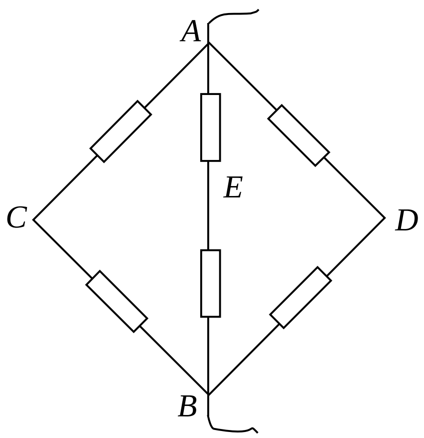

Рис. 1.

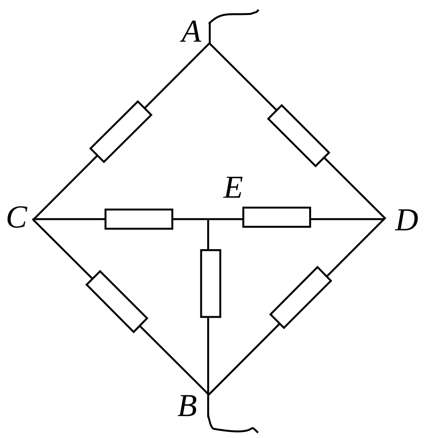

Рис. 2.

После выхода из строя резистора AE схема приобретает вид (рис. 2). Потенциалы в точках C и D одинаковы, поэтому можно преобразовать схему и рассчитать сопротивление $R_2=7R/8$. (**2 балла)** Тогда мощность $P_2= 8U^2/(7r)$.
Отношение сопротивлений $P_2/P_1=21/16$. (**1 балл**)
Если вторым перегорает резистор AD, то самый большой ток пойдет через AC, поэтому следующим перегорит резистор AC. (**2 балла**)
Если же вторым перегорает резистор BD, то в точках C и E будут одинаковые потенциалы, тогда самый большой ток снова пойдет через AC. Поэтому следующим перегорит тоже AC. (**2 балла**)

Задача 5 (10 баллов). Пусть фокусное расстояние линзы F, длина палочки l, длина её изображения L, причём $l \ll a$, $L \ll b$, где b – расстояние от изображения палочки до линзы. Тогда в соответствии с формулой тонкой линзы, для положений одного из концов палочки и его изображения имеем:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad \textbf{(1 балл)} \qquad (1)$$

Если второй конец палочки находится ближе к линзе, то можно записать:

$$\frac{1}{a-l} + \frac{1}{b+L} = \frac{1}{F}, \text{ или } \frac{1}{a}\cdot\frac{1}{1-(l/a)} + \frac{1}{b}\cdot\frac{1}{1+(L/b)} = \frac{1}{F}. \ (\textbf{1 балл})$$

Поскольку $1/(1 + x) \approx 1 - x$ при $x \ll 1$, то последнее соотношение можно переписать в виде:

$$\frac{1}{a}\left(1+\frac{l}{a}\right) + \frac{1}{b}\left(1-\frac{L}{b}\right) \approx \frac{1}{F}. \ (\textbf{1 балл}) \qquad (2)$$

Вычитая из (2) соотношение (1), получаем: $\frac{l}{a^2} - \frac{L}{b^2} \approx 0$, откуда продольное увеличение линзы $k = L/l = (b/a)^2$, и $b = \sqrt{k}a$. (**1 балл**) Подставляя это выражение для b в соотношение (1), получаем $F = \frac{\sqrt{k}a}{\sqrt{k}+1}$. (**1 балл**)

При новых расстояниях от палочки до линзы $a_1 = a + \Delta a$, от изображения до линзы $b_1 = \frac{a_1 F}{a_1 - F}$ и новой длине изображения L_1 для нового коэффициента увеличения имеем:

$$k_1 = \frac{L_1}{l} = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 = \left(\frac{F}{a_1 - F}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\sqrt{k}a}{\sqrt{k}+1}}{a + \Delta a - \frac{\sqrt{k}a}{\sqrt{k}+1}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{k}a}{(a+\Delta a)(\sqrt{k}+1) - \sqrt{k}a}\right)^2. \ (\textbf{3 балла})$$

Отсюда искомое отношение длин изображений палочки равно

$$n = \frac{L_1}{L} = \frac{k_1}{k} = \left(\frac{a}{(a+\Delta a)(\sqrt{k}+1) - \sqrt{k}a}\right)^2 = \frac{1}{\left(\left(1+\frac{\Delta a}{a}\right)(\sqrt{k}+1) - \sqrt{k}\right)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{\Delta a}{a}(\sqrt{k}+1)\right)^2} = \frac{1}{4},$$

т.е. длина изображения уменьшится в 4 раза. (**2 балла)**