Физика, 11 класс, муниципальный этап

Возможные решения задач

<u>Задача № 1.</u> «Наблюдательный пассажир» (10 баллов)

При горизонтальном полёте подъёмная сила крыльев самолёта уравновешивает силу тяжести. При крене самолёта во время разворота подъёмная сила, по-прежнему перпендикулярная плоскости крыльев самолёта, раскладывается на две составляющие: вертикальная составляющая уравновешивает силу тяжести, а горизонтальная составляющая является центростремительной силой:

$$F_c = \frac{m\,V^2}{R} = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha, \qquad (1)$$

где $\alpha = 30^0$ – крен самолёта, V – его скорость при движении по дуге окружности.

Скорость оказывается равна

$$V = \sqrt{g\,R\,\mathrm{tg}\,\alpha}\ . \qquad (2)$$

При развороте с направления на восток на северо-западное направление вектор скорости самолёта поворачивается на угол $\Phi = 135^0 = 3\,\pi\,/\,4$. Длина дуги окружности, по которой двигался самолёт, выражается через угол и радиус, а также через скорость:

$$L = \Phi\,R = \frac{3\,\pi\,R}{4} = V\,t. \qquad (3)$$

Подставляя скорость из формулы (2) в (3), находим радиус окружности:

$$R = \frac{16\,\mathrm{tg}\,\alpha}{9\,\pi^2}\,g\,t^2 = 10{,}2\ \text{км}. \qquad (4)$$

Из формул (3) и (4) находим скорость самолёта:

$$V = \frac{4\,\mathrm{tg}\,\alpha}{3\,\pi}\,g\,t = 250\ \text{м}/c. \qquad (5)$$

Критерии оценивания:

центростремительная сила выражена через силу тяжести и угол крена, формула (1) – *3 балла*,
скорость выражена через радиус и угол крена, формула (2) – *1 балл*,
длина дуги окружности, по которой двигался самолёт, выражена через радиус
и скорость, формула (3) – *3 балла*,
найден радиус окружности (4) – *2 балла*,
найдена скорость самолёта (5) – *1 балл*.

<u>Задача № 2.</u> «Экспедиция на Марс» (10 баллов)

Чтобы найти период обращения корабля T_K на орбите радиуса r, следует приравнять центростремительную силу:

$$F_c = \frac{m\,v^2}{r} = m\,\omega_K^2\,r, \qquad (1)$$

где ω_K – угловая скорость корабля на орбите, силе тяготения:

$$F = G\,\frac{m\,M}{r^2}, \qquad (2)$$

где M – масса Марса.

Учитывая, что $r = R + h,$ где R – экваториальный радиус Марса, h –высота орбиты над поверхностью Марса, находим период обращения корабля на орбите:

$$T_K = \frac{2\,\pi}{\omega_K} = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{(R+h)^3}{G\,M}} = 2\ \text{ч}. \qquad (3)$$

Поскольку в условии не указано направление движения корабля по орбите по отношению к направлению вращения Марса, необходимо рассмотреть оба случая.

1) Если направление движения корабля по орбите совпадает с направлением вращения Марса, угловая скорость корабля на орбите ω_K равна сумме угловой скорости корабля относительно поверхности Марса, ω_K', и угловой скорости вращения самого Марса, ω_M:

$$\omega_K = \omega_K' + \omega_M. \qquad (4)$$

Угловая скорость вращения Марса выражается через его период обращения T_M (марсианские сутки): $\omega_M = 2\,\pi/\,T_M$.

Отрезок времени τ между сеансами прямой связи, когда корабль оказывается в зените над марсоходом, связан с угловой скоростью корабля относительно поверхности Марса, $\omega_K' = \omega_K - \omega_M$, соотношением: $\tau = 2\,\pi/\omega_K'$.

В результате получаем:

$$\tau = \frac{2\,\pi}{\omega_K - \omega_M} = \frac{1}{\frac{1}{T_K} - \frac{1}{T_M}} = \frac{T_M\,T_K}{T_M - T_K} = 2{,}17\ \text{ч}. \qquad (5)$$

2) Если направление движения корабля по орбите противоположно направлению вращения Марса, удобно воспользоваться той же формулой (4), полагая теперь величины ω_K и ω_K' отрицательными. Отрезок времени τ между сеансами прямой связи

$$\tau = \frac{2\,\pi}{|\omega_K'|} = \frac{2\,\pi}{|\omega_K - \omega_M|} = \frac{1}{\frac{1}{T_K} + \frac{1}{T_M}} = \frac{T_M\,T_K}{T_M + T_K} = 1{,}85\ \text{ч}. \qquad (6)$$

Критерии оценивания:

записана формула (1) для центростремительной силы – *1 балл,*
записана формула (2) для силы тяготения – *1 балл,*
найден период обращения корабля на орбите (3) – *1 балл,*
найдена связь угловых скоростей корабля на орбите, корабля относительно поверхности Марса и вращения самого Марса, формула (4) – *2 балла,*
найдена связь отрезка времени между сеансами прямой связи с угловой скоростью корабля относительно поверхности Марса – *1 балл,*
найден отрезок времени между сеансами прямой связи, когда направление движения корабля по орбите совпадает с направлением вращения Марса, формула (5) – *2 балла,*
найден отрезок времени между сеансами прямой связи, когда направление движения корабля противоположно направлению вращения Марса, формула (6) – *2 балла.*

<u>Задача № 3.</u> «Зимние розы и лампочка» (10 баллов)

Температура внутри повышается за счёт поступающего в объём ящика тепла от лампочки. Процессы идут медленно, в системе имеется термодинамическое равновесие, все вещества нагреваются до одной температуры. Составим уравнение теплового баланса.

За время t от лампочки мощностью P и к.п.д. η поступает $Q = Pt\eta = 60 \cdot 10 \cdot 60 \cdot 0{,}5 = 18$ кДж тепла.

Эта теплота расходуется:

- на нагрев $m_{с.в.} = \rho_{с.в.} V = 1{,}29 \cdot 1 = 1{,}29$ кг сухого воздуха в составе влажного на $\Delta t = 3$ºС: $Q_{с.в.} = m_{с.в.} c_{с.в.} \Delta t$ (нагрев происходит при постоянном объёме, это учтено в задании теплоёмкости в условии задачи);
- на нагрев $m_{в.п.}$ водяного пара в составе влажного воздуха на $\Delta t = 3$ºС: $Q_{в.п.} = m_{в.п.} c_{в.п.} \Delta t$;
- на испарение $m_{исп}$ воды из миски: $Q_{исп} = m_{исп} q$ (испарение идёт при любой температуре, и удельная теплота парообразования дана для температур, рассматриваемых в этой задаче);
- на нагрев остающейся в миске $m_в - m_{исп}$ воды: $Q_в = (m_в - m_{исп}) c_в \Delta t$, $c_в = c_{в.п.}$, а масса исходной воды в миске определяется через её плотность и объём: $m_в = \rho_в V_в = 1$ кг.

Итого, $Q = Q_{с.в.} + Q_{в.п.} + Q_{исп} + Q_в$,

$$Q = m_{с.в.} c_{с.в.} \Delta t + m_{в.п.} c_{в.п.} \Delta t + m_{исп} q + (m_в - m_{исп}) c_в \Delta t. \qquad (1)$$

Далее найдём массу водяных паров в составе влажного воздуха. Водяной пар подчиняется уравнению Менделеева-Клайперона, т.е. $p_{в.п.} V = \dfrac{m_{в.п.}}{\mu_{в.п.}} RT$, где $\mu_{в.п.} = 18$ г/моль. Из определения относительной влажности $\varphi = p_{в.п.} / p_{в.п.нас.}$ выразим давление водяных паров через давление насыщенного пара при той же температуре T: $p_{в.п.} = \varphi \cdot p_{в.п.нас.}$. Выразим температуру в Кельвинах: $T = 273 + 20 = 293$ К.

Тогда

$$m_{в.п.} = p_{в.п.} \frac{V}{RT} \mu_{в.п.} = \varphi \cdot p_{в.п.нас.} \frac{V}{RT} \mu_{в.п.}. \qquad (2)$$

$$m_{в.п.} \approx 10{,}4 \text{ г.}$$

Найдём массу оставшейся в миске воды из (1) с учётом (2):

$$m_{исп} = \frac{Q - \Delta t (m_{с.в.} c_{с.в.} + m_{в.п.} c_{в.п.} + m_в c_в)}{q - c_в \Delta t} = 1 \text{ г.}$$

Следовательно, осталось $m_в - m_{исп} = 1000 - 1 = 999$ г.

Определим новую влажность, используя выражение, аналогичное (2), в котором используется новая, увеличенная за счёт испарения, масса водяных паров

$$m_{в.п.1} = m_{в.п.} + m_{исп} = 10{,}4 + 1 = 11{,}4 \text{ г:}$$

$$m_{в.п.1} = \varphi_1 \cdot p_{в.п.нас.}(T_1) \frac{V}{RT_1} \mu_{в.п.},$$

где новая температура $T_1 = T + \Delta t = 293 + 3 = 296$ К. Давление насыщенного пара при ней по условию равно 2,81 кПа.

Итого $\varphi_1 = \dfrac{m_{в.п.1}}{\mu_{в.п.}} \dfrac{RT_1}{V} \dfrac{1}{p_{в.п.нас.}(T_1)} = 0{,}554$, т.е. 55,4%.

Исходная влажность была 60%, новая – 55,4%, следовательно, влажность уменьшилась, лампочка не помогла увеличить влажность. Детальный анализ показывает, что если бы давление насыщенного пара с ростом температуры росло бы не так быстро, то можно было бы и увеличить влажность, но для этого относительный рост температуры должен быть больше, чем относительный рост давления насыщенного пара, что к условиям данной задачи не относится.

Ответ:

1) Нет, не поможет, анализ показывает, что относительная влажность воздуха в этих условиях падает.
2) 55,4%.
3) Останется 999 г воды.

Критерии оценивания:

дан ответ на первый вопрос – *1 балл*,
записано уравнение теплового баланса (1) – *3 балла*,
найдена масса (или объём или молярная масса) водяных паров – *2 балла*,
найдена масса (или объём или молярная масса) оставшейся в миске воды – *2 балла*,
определена новая относительная влажность – *2 балла*.

<u>Задача № 4.</u> «Ярки ли лампы?» (10 баллов)

Хотя лампы описываются нелинейными ВАХ, законы последовательного и параллельного соединения для них можно использовать так же, как и для резисторов, но для каждого значения напряжения отдельно.

При последовательном соединении ламп поданное на них напряжение U делится между ними поровну (т.к. они одинаковые), а сила тока остаётся такой же, какой она была при подаче U на одну лампу, следовательно, ординатам графика для 1 лампы теперь будут соответствовать в 2 раза большие абсциссы, чем прежде (см. таблицу). **Кривая пройдёт ниже ВАХ 1 лампы.**

U, В	0		2		4		6		8		10
I, А	0		2		3,4		4		4,6		5,2

При параллельном соединении напряжение от источника поступает на каждую из ламп, а итоговая сила тока в цепи складывается из сил отдельных токов, т.е. удваивается. Тем же абсциссам будут теперь соответствовать в 2 раза большие ординаты (см. таблицу). **Кривая пройдёт выше ВАХ 1 лампы.**

U, В	0	1	2	3	4	5					
I, А	0	4	6,8	8	9,2	10,4					

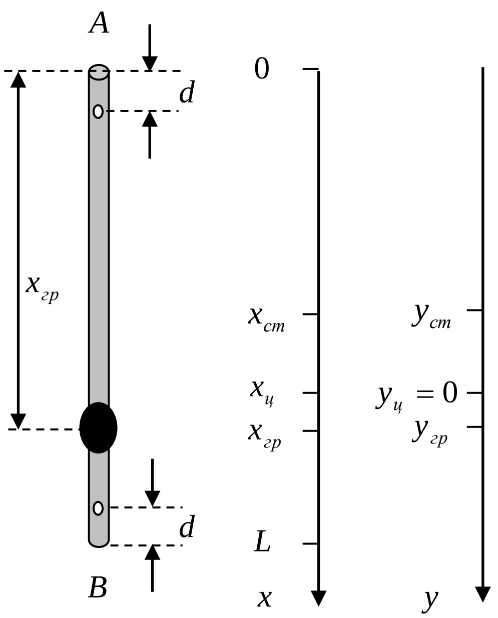
Так как яркость ламп пропорциональна рассеиваемой мощности, то надо сравнить мощности, приходящиеся на одну лампу, в каждом из вариантов. Если лампа одна, то рассеиваемая мощность равна $P_1 = IU$. Если лампы соединены последовательно, то напряжение на каждой U/2, а ток равен I, следовательно, $P_{посл} = IU/2 = P_1/2$. Если же лампы соединены параллельно, то напряжение на каждой U, а ток равен I, следовательно, $P_{паралл} = IU = P_1$. Таким образом, следует **либо брать одну лампу, либо соединять лампы параллельно.**

Выигрыша в параллельном соединении двух ламп относительно одной лампы нет, а относительно последовательного соединения выигрыш составляет два раза, т.к. $\dfrac{P_{паралл}}{P_{после}} = \dfrac{P_1}{P_1/2} = 2$.

<u>Ответ:</u>
следует либо брать одну лампу, либо соединять лампы параллельно, это в 2 раза эффективнее, чем использование двух ламп, соединённых последовательно.

Критерии оценивания:
есть расчёты ВАХ для последовательного и параллельного соединений – *2 балла*,
есть оба графика ВАХ с указанием единиц измерения – *2 балла*,
определены мощности каждой лампы во всех трёх вариантах – *3 балла*,
сделано верное заключение об эффективных вариантах – *1 балл*,
определён выигрыш по эффективности найденного решения – *2 балла*.

<u>Задача № 5.</u> «Эксперимент со стержнем» (10 баллов)



Центр масс – точка, для которой $\vec{r}_ц = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$,

где m_i - масса, а $\vec{r}_i$ - радиус-вектор частей механической системы.

В нашем случае систему образует стержень, центр масс которого находится в точке $x_{ст} = L/2$ (т.к. стержень обладает симметрией), и груз с координатой центра масс $x_{гр}$.

Следовательно,

$$\vec{r}_ц(m_{ст} + m_{гр}) = m_{ст}\vec{r}_{ст} + m_{гр}\vec{r}_{гр}. \qquad (1)$$

Если ввести координатную ось y так, что её начало разместится в центре масс маятника, то $\vec{r}_ц = 0$, проекция радиус-вектора $\vec{r}_{ст}$ на эту ось равна $-y_{ст}$, а проекция радиус-вектора $\vec{r}_{гр}$ - равна $y_{гр}$.

Таким образом,

$$-m_{ст}y_{ст} + m_{гр}y_{гр} = 0, \qquad (2)$$

откуда можно выразить любую из проекций, но удобнее

$$y_{гр} = y_{ст}\frac{m_{ст}}{m_{гр}}. \qquad (3)$$

В то же время у нас есть и координаты тех же точек (концов радиус-векторов $\vec{r}_{ст}$ и $\vec{r}_{гр}$) на оси x:

$$y_{гр} + y_{ст} = x_{гр} - x_{ст}, \qquad (4)$$

т.е., подставляя (3) в (4), получим: $y_{ст} = \frac{x_{гр} - x_{ст}}{1 + \frac{m_{ст}}{m_{гр}}}$.

Тогда

$$x_ц = x_{ст} + y_{ст} = x_{ст} + \frac{x_{гр} - x_{ст}}{1 + \frac{m_{ст}}{m_{гр}}}. \qquad (5)$$

Периоды колебаний определяются расстояниями от центра масс до точек подвеса, определим их в обоих случаях. В первом случае, когда маятник подвешивается у конца A,

$$l_1 = x_ц - d. \qquad (6)$$

Во втором случае, когда маятник подвешивается у конца B,

$$l_2 = L - x_ц - d. \qquad (7)$$

Воспользуемся формулой для периода колебаний маятника и с учётом (6) и (7) запишем отношение периодов колебаний: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{l_1/g}}{2\pi\sqrt{l_2/g}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$, а т.к. это заданная по условию величина

$\dfrac{T_1^2}{T_2^2} = \dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{x_ц - d}{L - x_ц - d} = 3$, то можно выразить $x_ц = \dfrac{d + (L-d)T_1^2/T_2^2}{1 + T_1^2/T_2^2} = \dfrac{\frac{L}{18} + (L - \frac{L}{18})3}{1+3} = \dfrac{13}{18}L$.

Остаётся подставить полученное выражение в (5) и выразить искомое отношение масс:

$$\frac{m_{ст}}{m_{гр}} = \frac{x_{гр} - x_{ст}}{x_ц - x_{ст}} - 1 = \frac{\frac{3L}{4} - \frac{L}{2}}{\frac{13L}{18} - \frac{L}{2}} - 1 = \frac{1}{8}.$$

Положение центра масс можно найти и другим способом – центр масс – это точка тела, относительно которой действие сил скомпенсировано, т.е. если мысленно развернуть маятник горизонтально и подставить опору в этой точке, то маятник останется неподвижным в горизонтальном положении. Отсюда из условия равенства моментов сил можно получить то же выражение (2).

Можно и непосредственно записать формулу для координаты центра масс: $x_ц = \dfrac{m_{ст}x_{ст} + m_{гр}x_{гр}}{m_{ст} + m_{гр}}$, тогда, поделив числитель и знаменатель на $m_{гр}$, сразу получим выражение (5).

<u>Ответ:</u> $\dfrac{m_{ст}}{m_{гр}} = \dfrac{1}{8}$.

Критерии оценивания:

найдено положение центра масс стержня – *1 балл*,
определение положения центра масс маятника – *3 балла*,
определение длин обоих маятников – *2 балла*,
получено выражение для отношения периодов колебаний маятников – *1 балл*,
найдено отношение масс стержня и груза – *3 балла*.

Всего за все задания олимпиады – 50 баллов.