Возможные решения задач

7 класс

Задача 1. Бак с водой

Определяем полный объем бака (объем может быть определен участником олимпиады в разных единицах, не обязательно в м^3; соответственно, все геометрические размеры бака должны быть выписаны или в сантиметрах, или в метрах и т.д.):

$$V_{Á} = abc = 4 \cdot 1 \cdot 2 = 8 \text{ м}^3 = 8000 \text{ дм}^3 = 8000 \text{ л.} \qquad (1)$$

Определяем объем воды в баке:

$$V_{Â} = \frac{3}{4} V_{Á} = \frac{3 \cdot 8}{4} = 6 \text{ м}^3 = 6000 \text{ дм}^3 = 6000 \text{ л.} \qquad (2)$$

Находим количество использований бутылки N:

$$N = \frac{V_B}{V_0} = \frac{6000}{0.5} = 12000 \text{ раз.} \qquad (3)$$

Определяем массу воды в баке: $° = 1$ г/см^3 = 1000 кг/м^3,

$$m = °V_B = 1000 \cdot 6 = 6000 \text{ кг} = 6 \text{ т.} \qquad (4)$$

Критерии оценивания решения:

Определен объем бака (1) – 3 балла.

Определен объем воды в баке (2) – 2 балла.

Определено количество использований бутылки N (3) – 3 балла.

Определена масса воды (4) – 2 балла.

Задача 2. Движение двух тел

Пусть $³_1$ и $³_2$ ($³_1 > ³_2$) – скорости первого и второго тел. Тогда при движении тел навстречу друг другу:

$$³_1 + ³_2 = \frac{20}{5} = 4. \qquad (1)$$

При движении этих тел в одном направлении:

$$³_1 - ³_2 = \frac{6}{2} = 3. \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получаем:

$\upsilon_1 = 3.5$ м/с, $\upsilon_2 = 0.5$ м/с.

Критерии оценивания решения:

Записано соотношение (1) – 3 балла.

Записано соотношение (2) – 3 балла.

Решена система уравнений и определены искомые скорости – 4 балла.

Задача 3. Средняя скорость

Средняя скорость по определению:

$$\upsilon_{ср} = \frac{S_{\text{îáù}}}{t_{\text{îáù}}}. \qquad (1)$$

На графике можно выделить три участка, на которых скорость движения тела различна, поэтому:

$$\upsilon_{ср} = \frac{S_{\text{îáù}}}{t_{\text{îáù}}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}. \qquad (2)$$

Или с учетом выражения $S = \upsilon t$ (3) при равномерном движении:

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 t_1 + \upsilon_2 t_2 + \upsilon_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}. \qquad (4)$$

Окончательно, подставляя значения скоростей на участках и соответствующие интервалы времени, получим искомую среднюю скорость:

$$\upsilon_{ср} = \frac{2 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 4 \cdot 2}{2 + 4 + 2} = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ м/с}.$$

Решим вторую часть задачи, определим, какой должна быть скорость тела на втором участке, чтобы средняя скорость возросла в 2 раза.

$$\upsilon_{ср2} = 2\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 t_1 + \upsilon_{2x} t_2 + \upsilon_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}. \quad (5)$$

Выражаем искомую скорость:

$$\upsilon_{2x} = \frac{2\upsilon_{ср}(t_1 + t_2 + t_3) - \upsilon_1 t_1 - \upsilon_3 t_3}{t_2} = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 8 - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 2}{4} = 3 \text{ м/с}.$$

Критерии оценивания решения:

Представлено выражение для средней скорости (2) – 2 балла.

Записано соотношение (3), описывающее равномерное движение тел– 2 балла.

Получено выражение (4) – 2 балла.

Определены правильно из графика значения скоростей и соответствующие этим скоростям временные интервалы, получен ответ – 2 балла.

Решена вторая часть задачи (записано соотношение (5) и получено значение скорости на втором участке) – 2 балла.

Задача 4. Плотность кубика

Начальная плотность железного кубика:

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} = \frac{m}{a_0^3}, \qquad (1)$$

где m – масса кубика, V_0 – начальный объем кубика, a_0 – начальная длина ребра.

После теплового расширения длина ребра увеличивается на 0.05% и становится равной

$$a = a_0 + 0.005a_0. \qquad (2)$$

Масса кубика не изменилась, поэтому его плотность стала равна

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{a^3} = \frac{m}{(a_0 + 0.005a_0)^3}. \qquad (3)$$

Интересующее нас изменение плотности кубика равно:

$$\rho - \rho_0 = \frac{m}{(a_0 + 0.005a_0)^3} - \frac{m}{a_0^3} = \frac{m}{a_0^3}\left(\frac{1}{(1+0.005)^3} - 1\right) = -0.0149\,\rho_0 \approx -116 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания решения:

Записано соотношение (1) для начальной плотности кубика – 2 балла.

Соотношение (2) для удлинения ребра – 2 балла.

Утверждение о неизменности массы кубика – 2 балла.

Записано соотношение (3) для плотности кубика после нагревания– 2 балла.

Определение разности плотностей до и после нагрева – 2 балла.