Возможные решения задач

9 класс

Задача 1. Свободное падение

Обозначим половин пути за S, тогда $h = 2S$ (1).

Уравнение движения тела: $h = \frac{gt^2}{2}$ (2).

Вторая половина пути $S = {}^3 t_2 + \frac{gt_2^2}{2}$, где ${}^3 = g\left(t - t_2\right)$, где $t_2 = 1$с.

Тогда $S = g\left(t - t_2\right)t_2 + \frac{gt_2^2}{2}$ или, с учетом (1),

$h = 2gt_2\left(t - t_2\right) + gt_2^2$ (3).

Приравняем (2) и (3):

$$\frac{gt^2}{2} = 2gt_2\left(t - t_2\right) + gt_2^2$$

$t^2 = 4t_2t - 4t_2^2 + 2t_2^2$ (4)

Учтем, что $t_2 = 1$с: $t^2 - 4t + 2 = 0$.

Решение $t = 0.6$ с не соответствует условию задачи, тогда $t = 3.4$ с;

$h = 5 \cdot 3.4^2 = 57$ м.

Критерии оценивания:

2 балла – правильно записано уравнение движения тела

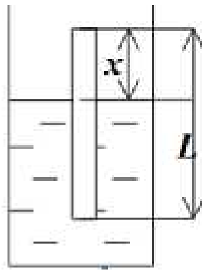
2 балла – правильно записано уравнение для определения второй половины пути

4 балла – получено уравнение (4)

2 балла – по одному баллу за каждый правильный ответ

Задача 2. Ареометр

Введем обозначения L – длина ареометра, x – высота, на которую он выступает над поверхностью жидкости, S – площадь его поперечного сечения.



Тогда при погружении в однородную жидкость плотностью ρ имеет место соотношение: $M = \rho S\left(L - x\right)$, из которого получаем градировочное соотношение $x_{\rho} = L - \dfrac{M}{\rho S}$.

Оно фактически определяет, на каком расстоянии от верхнего края ареометра должна быть нанесена отметка, соответствующая плотности ρ. Из этой формулы следует, что в чистый бензин ареометр погрузился бы на $L - x = 13$ см, следовательно, при толщине слоя $2h > 13$ см ареометр плавает только в бензине и, естественно, показывает его плотность. Если же толщина слоя $h < 13$ см, то часть ареометра погружено в воду. В этом случае условие плавания имеет вид

$M = S\left(\rho_{б} h + \rho_{В}\left(L - h - x_1\right)\right)$ (1),

откуда имеем

$$x_1 = L - h\left(1 - \frac{\rho_{б}}{\rho_{В}}\right) - \frac{M}{\rho_{В} S}.$$

В то же время в соответствии с градировочным соотношением ареометр показывает такую плотность ρ_x, что $x_1 = L - \dfrac{M}{\rho_x S}$. Приравнивая эти выражения, получаем

$\rho_x = \rho_{В} \dfrac{M}{hS\left(\rho_{В} - \rho_{б}\right) + M}$ (2).

Подставляя численные значения, имеем $\rho_x = 0.8$ г/см^3.

Критерии оценивания:

2 балла – получено градировочное соотношение

3 балла – проанализированы условия, при которых ареометр будет полностью находиться в бензине или частично находиться в воде

2 балла – получено условие плавания (1)

2 балла – получено выражение (2) для вычисления плотности

1 балл – получен правильный ответ

Задача 3. Раскаленные опилки

Вспомним, что вода обладает плохой теплопроводностью, а платина – очень хорошей. Будем считать, что нагревается и испаряется только та часть воды массой $\Delta m_В$, которая непосредственно контактирует с опилками. В этом случае

$$Q_{ПОЛ} = c_В \Delta m_В \left(t_0 - t_В\right) + r\Delta m_В.$$

Количество теплоты, которое отдают опилки при остывании

$$Q_{ОТД} = c_P m_P \left(t_P - t_0\right).$$

Из уравнения теплового баланса $Q_{ОТД} = Q_{ПОЛ}$ получаем:

$$\Delta m_B = \frac{c_P m_P (t_P - t_0)}{c_B (t_0 - t_B) + r}$$

$\Delta m_B \approx 0.027$ кг.

Критерии оценивания:

2 балла – правильно записано выражение для количества теплоты, которое отдают опилки при остывании

5 баллов – правильно записано выражение для количества теплоты, которое получает вода массой Δm_B

2 балла – получена формула для вычисления Δm_B

1 балл – получен правильный ответ

Задача 4. Одинаковые вольтметры

В первом случае общее напряжение можно выразить как сумму напряжений на резисторе и на каждом из вольтметров:

$U_0 = U_R + 3U_V$.

Общее сопротивление равно $R_1 = R + 3R_V$.

Сила тока в цепи $I = \frac{U_0}{R + 3R_V}$.

Получаем $U_0 = \frac{U_0}{R + 3R_V} R + 3U_V$.

Откуда $U_0 R_V = U_V R + 3U_V R_V$ (1).

Во втором случае общее напряжение модно выразить как сумму напряжений на резисторе и на одном из вольтметров: $U_0 = U_R + U_V$.

Общее сопротивление равно $R_1 = R + \frac{1}{3} R_V$.

Сила тока в цепи $I = \frac{U_0}{R + \frac{1}{3} R_V}$.

Получаем $U_0 = \frac{3U_0}{3R + R_V} R + U_V$.

Откуда $U_0 R_V = 3U_V R + U_V R_V$ (2).

Объединив уравнения (1) и (2), получаем систему двух уравнений с тремя неизвестными. Чтобы найти одну из неизвестных величин, две другие замени на одну. Пусть $R / R_V = \sim$.

Тогда $\begin{cases} U_0 = \sim U_V + 3U_V \\ U_0 = 3\sim U_V + U_V \end{cases}$.

Из этих равнений получаем, что $U_V = \dfrac{1}{4}U_0$ и $U_V = 3$В.

Критерии оценивания:

3 балла – получено уравнение (1)

3 балла – получено уравнение (2)

3 балла – решена система уравнений (1) – (2)

1 балл – получен правильный ответ

Задача 5. Средняя скорость

Средняя скорость $з_{Cp} = s / t$.

Разобьем весь путь на три участка $s = s_1 + s_2 + s_3$.

Тогда $з_{Cp} = \dfrac{з_1 t_1 + s_2 + s_3}{t} = \dfrac{1}{5}з_1 + \dfrac{s_2 + s_3}{t}$ (1).

Учтем, что $s_2 + s_3 = \dfrac{1}{3}s + з_3 t_3 = \dfrac{1}{3}s + з_3\left(t - t_1 - t_2\right)$ или

$$s_2 + s_3 = \frac{1}{3}s + з_3\left(\frac{4}{5}t - \frac{s_2}{з_2}\right) = \frac{1}{3}s + з_3\left(\frac{4}{5}t - \frac{s}{3з_2}\right).$$

Весь путь можно выразить через произведение средней скорости на все время движения $s = з_{Cp}t$, поэтому

$$s_2 + s_3 = \frac{1}{3}з_{Cp}t + \frac{4}{5}з_3 t - з_3\frac{з_{Cp}t}{3з_2} \quad (2)$$

Следовательно, можно записать, что

$$з_{Cp} = \frac{1}{5}з_1 + \frac{1}{3}з_{Cp} + \frac{4}{5}з_3 - \frac{з_3}{3з_2}з_{Cp}.$$

Откуда получаем, что

$$з_{Cp} = \frac{3з_2\left(з_1 + 4з_3\right)}{5\left(2з_2 + з_3\right)} = 24 \text{м/с}.$$

Критерии оценивания:

2 балла – правильная запись выражения (1) для средней скорости

3 балла – получена формула (2)

3 балла – получено выражение для вычисления средней скорости

2 балла – получен правильный ответ