Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике

Свердловская область

2015-2016 учебный год

9 класс

Решение задач, рекомендации по проверке

Задача 1. Какой минимальный путь за время t может пройти тело, двигающееся с постоянным ускорением a?

Решение. Легко сообразить, что путь будет минимальным при движении вдоль прямой линии. Чтобы доказать это, введем прямоугольную систему координат, и направим ось *Ox* вдоль $\vec{a}$. Тогда проекции скорости на координатные оси зависят от времени τ по следующим законам

$$v_x = v_{0x} + a\tau \text{ и } v_y = v_{0y} \text{ и } v_{0z} = v_{0z}$$

где v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} – проекции скорости тела на соответствующие оси при $\tau = 0$. Если положить $v_{0y} = v_{0z} = 0$, то величина скорости в каждый момент времени τ будет меньше, чем она была при $v_{0y} \neq 0$ и $v_{0z} \neq 0$. Поэтому меньше будет и путь пройденный телом. Поэтому при решении задачи надо рассматривать движение тела только вдоль прямой параллельной оси *Ox*.

При таком движении возможны три случая отличающиеся по знакам проекции скорости за движения t, отметим, что $a_x = a > 0$ во всех случаях.

1 случай. $v_x(\tau) > 0$ при $0 \leq \tau \leq t$, т.е. тело все время двигалось в положительном направлении оси *Ox*. Тогда пройденный путь совпадает с перемещением и равен

$$s_1 = v_{0x}t + \frac{at^2}{2} \geq \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

2 случай. $v_x(\tau) < 0$ при $0 \leq \tau \leq t$, т.е. тело все время двигалось в противоположном направлении оси *Ox*. Тогда пройденный путь – это перемещение, взятое с обратным знаком. И он равен

$$s_2 = -\left(v_{0x}t + \frac{at^2}{2}\right) = \left((v_{0x} + at)t - \frac{at^2}{2}\right) = -\left(v_x(t)t - \frac{at^2}{2}\right)$$

$$s_2 = |v_x(t)| \cdot t + \frac{at^2}{2} \geq \frac{at^2}{2} \quad (2)$$

3 случай. $v_x(\tau) < 0$ при $0 \leq \tau < t_0$, и $v_x(\tau) > 0$ при $t_0 < \tau \leq t$, т.е. . $v_x(t_0) = 0$, что соответствует «точке поворота» или смене направления движения. В этом случае пройденный путь складывается из двух отрезков пути до и после поворота.

Первый отрезок пути может быть получен при рассмотрении 2-ого случая, при подстановке в ранее полученную формулу $t = t_0$

$$s_{31} = |v_x(t_0)| \cdot t_0 + \frac{a{t_0}^2}{2} = \frac{a{t_0}^2}{2}$$

На втором отрезке пути, после поворота

$$s_{32} = \frac{a(t - t_0)^2}{2}$$

Таким образом в 3-м случае пройденный путь равен

$$s_3 = s_{31} + s_{32} = \frac{a{t_0}^2}{2} + \frac{a(t - t_0)^2}{2} = a\left(\frac{{t_0}^2}{2} + \frac{t^2}{2} - tt_0 + \frac{{t_0}^2}{2}\right) = a\left({t_0}^2 - tt_0 + \frac{t^2}{4} + \frac{t^2}{4}\right)$$

$$s_3 = a\left(\left(t_0 - \frac{t}{2}\right)^2 + \frac{t^2}{4}\right) \geq \frac{at^2}{4} \qquad (3)$$

Значит, минимальным будет путь, который тело проходит в 3-м случае. Причем точка поворота должна приходиться на середину промежутка времени t, т.е. $t_0 = \frac{t}{2}$, тогда получим

$$s_{min} = \frac{at^2}{4} \qquad (4)$$

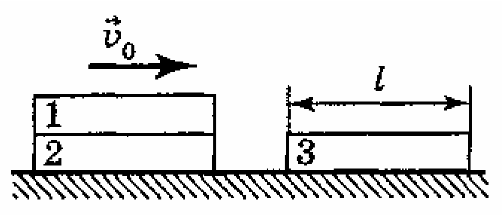
Ответ: $s_{min} = \frac{at^2}{4}$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Дано объяснение, что необходимо рассматривать движение тела только вдоль прямой линии	2 балла
2	Найдено значение s_1, получена формула (1)	2 балла
3	Найдено значение s_2, получена формула (2)	2 балла
4	Найдено значение s_3, получена формула (3)	2 балла
5	Найдено s_{min}, получена формула (4)	2 балла
	Итого	10 баллов

Задача 2. Доска 1 лежит на такой же доске 2. Обе они как целое скользят по гладкой ледяной поверхности со скоростью v_0 и сталкиваются с такой же доской 3, верхняя поверхность которой покрыта тонким слоем резины (рис.). При ударе доски 2 и 3 прочно сцепляются. Чему равна длина l каждой доски, если известно, что доска 1 прекратила движение относительно досок 2 и 3 из-за трения после того, как она полностью переместилась с 2 на 3? Все доски твердые. Коэффициент трения между

досками 1 и 3 равен μ. Трением между досками 1 и 2, а также трением досок 2 и 3 о лед можно пренебречь.



Решение.

Пусть m – масса каждой из досок, а v_1 – скорость системы после прекращения относительного движения досок. Запишем закон сохранения импульса:

$$2mv_0 = 3mv_1 \quad \text{тогда} \quad v_1 = \frac{2}{3} \cdot v_0 \qquad (1)$$

и закон сохранения энергии

$$2m \cdot \frac{v_0^2}{2} = 3m\frac{v_1^2}{2} + Q + A_{тр} \quad (2)$$

где Q – количество теплоты, выделившейся при неупругом ударе досок 2 и 3, $A_{тр}$ – работа силы трения при движении доски 1 по доске 3.

Так как трение между досками 1 и 2 отсутствует, в течение процесса неупругого удара в системе брусков 2 и 3 можно применить законы сохранения импульса

$$mv_0 = 2mu \quad \text{тогда} \quad u = \frac{v_0}{2} \qquad (3)$$

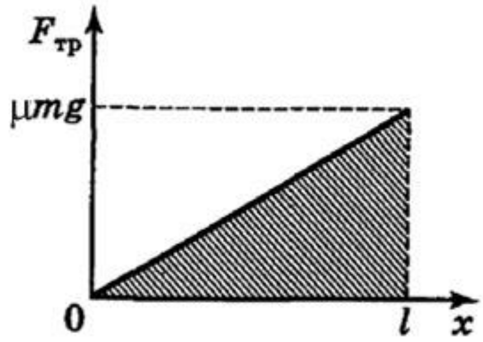
и закон сохранения энергии

$$m \cdot \frac{v_0^2}{2} = 2m\frac{u^2}{2} + Q \quad (4)$$

Выразим выделившееся при ударе количество теплоты

$$Q = \frac{m}{2} \cdot \left(v_0^2 + 2 \cdot \frac{v_0^2}{4}\right) = \frac{mv_0^2}{4} \qquad (5)$$

По мере того как доска 1 надвигается на доску 3, сила трения между этими досками возрастает по линейному закону от 0 до μmg (рис.).



Тогда работа силы трения численно равна площади заштрихованной части графика, т. е.

$$A = \frac{1}{2}\mu mgl \cdot \quad (6).$$

Подставляя в (2) выражение выведенные значения для v_1, Q, $A_{тр}$, получим

$$m \cdot v_0^2 = m \cdot v_0^2 \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}\mu mgl. \qquad (7)$$

Тогда выразим искомую величину длины доски

$$l = \frac{v_0^2}{6\mu g} \qquad (8)$$

Ответ

Ответ $l = \frac{v_0^2}{6\mu g}$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Записан закон сохранения импульса, формула (1)	1 балла
2	Записан закон сохранения энергии, формула (2)	2 балл
3	Записан закон сохранения импульса, формула (3)	1 балл
4	Записан закон сохранения энергии, формула (4)	2 балл
5	Найдена работа силы трения, формула (6)	2 балла
6	Найдена длина доски, получена формула (8)	2 балл
	Итого	10 баллов

Задача 3. При разведении теплолюбивых рыб в аквариуме для поддержания необходимой температуры воды $t_T = 25^oC$ используется электрический нагреватель, мощность которого $P_0 = 100Bm$. Для хладолюбивых рыб температура воды в аквариуме должна быть $t_x = 12^oC$. Чтобы обеспечить низкотемпературный режим через погруженный в аквариум теплообменник (длинную медною трубку) пропускают водопроводную воду, температура которой $t_1 = 8^oC$, (эффективность теплообменника

столь высока, что вытекающая из трубки вода находится в тепловом равновесии с водой аквариума). Предполагая, что мощность теплообмена между аквариумом и окружающей средой пропорциональна разности температур между ними, определите минимальный расход воды (k = *Δm/Δτ*) для поддержания заданного температурного режима. Комнатная температура $t_0 = 20^oC$. Теплоемкость воды *c = 4200 Дж/кг·К*. Как изменится ответ, если в аквариуме будут разводить рыб, предпочитающих температуру воды $t_{x2} = 16^oC$?

Решение 3.

В аквариуме с теплолюбивыми рыбами энергия, поступающая от нагревателя, в конечном счете, полностью передается окружающей среде. Условие теплового равновесия при этом имеет вид

$$P_0 = \propto \cdot (t_T - t_0) \qquad (1)$$

где α – коэффициент пропорциональности мощности теплообмена.

Для аквариума с хладолюбивыми рыбами уравнение теплового баланса имеет вид :

$$P_1 = \propto \cdot (t_0 - t_x) \qquad (2),$$

где P_1 – мощность, подводимая к воде аквариума из окружающего воздуха. Эта же мощность должна отводиться водопроводной водой:

$$P_1 \cdot \Delta\tau = c \cdot \Delta m \cdot (t_x - t_1), \ (3)$$

откуда

$$\frac{\Delta m}{\Delta\tau} = \frac{P_1}{c \cdot (t_x - t_1)} \qquad (4)$$

Поскольку

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{t_0 - t_x}{t_T - t_0} \qquad (5)$$

получим

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta\tau}\right)_1 = \frac{P_1}{c \cdot (t_x - t_1)} \cdot \frac{t_0 - t_x}{t_T - t_0} \qquad (6)$$

Найдем искомую величину расхода воды

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta\tau}\right)_1 = \frac{100 \cdot (20-12)}{4200 \cdot (12-8) \cdot (25-20)} = 9{,}5 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{с} = 9{,}5\,\frac{г}{с} \qquad (7)$$

Расход воды для аквариума с менее хладолюбивыми рыбами равен

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta\tau}\right)_2 = \frac{P_1}{c \cdot (t_{x2} - t_1)} \cdot \frac{t_0 - t_{x2}}{t_T - t_0} \qquad (8)$$

$$\left(\frac{\Delta m}{\Delta\tau}\right)_2 = \frac{100 \cdot (20-16)}{4200 \cdot (16-8) \cdot (25-20)} = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{с} = 2{,}4\,\frac{г}{с} \ (9)$$

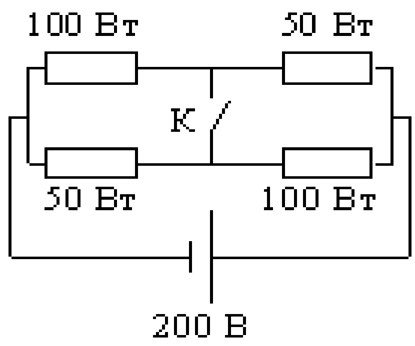
Как видим, разводить рыб, предпочитающих температуру в 16^{o}C, в 4 раза экономичнее.

Ответ: $\left(\frac{\Delta m}{\Delta\tau}\right)_1 = 9{,}5\,\frac{г}{с}$ и $\left(\frac{\Delta m}{\Delta\tau}\right)_2 = 2{,}4\,\frac{г}{с}$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Записано условие теплового равновесия для теплолюбивых рыб, формула (1)	2 балла
2	Записано условие теплового равновесия для хладолюбивых рыб, формула (2)	2 балл
3	Записана мощность, которая отводится водопроводной водой, формула (3)	2 балл
4	Найден расход воды для $t_x = 12^oC$, формулы (6) и (7)	2 балла
5	Найден расход воды для $t_{x2} = 16^oC$, формулы (8) и (9)	2 балл
	Итого	10 баллов

Задача 4. К источнику постоянного напряжения 200 В подключена схема из четырех резисторов, как показано на рисунке. На двух резисторах выделяется мощность 50 Вт, на других двух - 100 Вт. Найдите сопротивления резисторов и мощности, которые будут выделяться, если замкнуть ключ *K*.



Решение.

Поскольку до замыкания ключа сила тока через все резисторы одинакова (см. рис.1), то сопротивления резисторов, на которых выделяется одинаковая мощность, равны между собой. Обозначим мощности $P_1 = 100Bm$ и $P_2 = 50Bm$, а соответствующие им сопротивления через R_1 и R_2.

Мощности, которые выделяются на резисторах на равны:

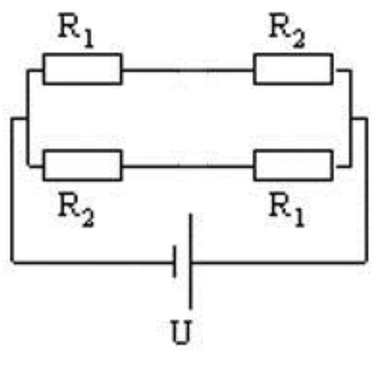


Рис.1

$P_1 = I^2R_1$ и $P_2 = I^2R_2$ (1)

Напряжения на них: $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$ (2)

При этом суммарное напряжение $U = 200B$ равно: $U = U_1 + U_2$. (3)

Отсюда сила тока, протекающая через любой резистор равна

$$I = \frac{P_1+P_2}{U} \qquad I = \frac{100+50}{200} = 0{,}75A \quad (4)$$

Тогда найдем сопротивления резисторов

$$R_1 = \frac{P_1}{I^2} = \frac{P_1 U^2}{(P_1+P_2)^2} = \frac{100 \cdot 200^2}{150^2} \approx 178 \text{ Ом} \qquad (5)$$

$$R_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{P_2 U^2}{(P_1+P_2)^2} = \frac{50 \cdot 200^2}{150^2} \approx 89 \text{ Ом} \qquad (6)$$

После замыкания ключа получим другую схему (см. рис.2), поэтому напряжения на всех резисторах одинаковы и равны $\boldsymbol{U}/2$.

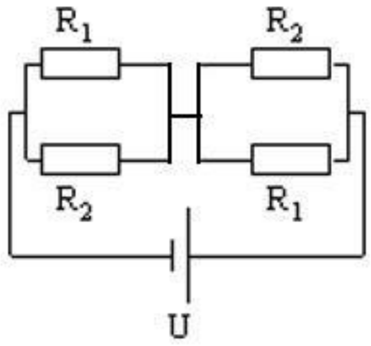


рис.2

Выделяющиеся мощности:

$$P_1{'} = \frac{U^2}{4R_1} = \frac{(P_1+P_2)^2}{4P_1} = 56{,}25Вт \qquad (7)$$

$$P_2{'} = \frac{U^2}{4R_2} = \frac{(P_1+P_2)^2}{4P_2} = 112{,}5Вт \qquad (8)$$

Ответ: $R_1 = 178$ Ом и $R_2 = 89$ Ом

$P_1{'} = \frac{(P_1+P_2)^2}{4P_1} = 56{,}25Вт$ и $P_2{'} = \frac{(P_1+P_2)^2}{4P_2} = 112{,}5Вт.$

Критерий оценивания

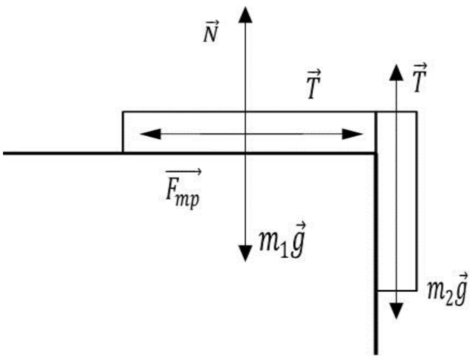
№	Содержание этапа решения	баллы
1	Представлена схема без ключа и сделан вывод о том, что сопротивления резисторов, на которых выделяется одинаковая мощность, равны между собой	2 балла
2	Найдена сила тока, формула (4)	1 балл
3	Найдено значение R_1, получена формула (5)	1 балл
4	Найдено значение R_2, получена формула (6)	1 балл
5	Представлена схема с замкнутым ключом и сделан вывод о том, что напряжения на всех резисторах одинаковы и равны $\boldsymbol{U}/2$	2 балла
6	Найдено значение $P_1{'}$, получена формула (7)	1 балл
7	Найдено значение $P_2{'}$, получена формула (8)	1 балл
8	Записан ответ	1 балл
	Итого	10 баллов

<u>Задача 5(экспериментальная).</u> Определить коэффициент трения о стол бельевой веревки. *Оборудование.* Бельевая веревка (шнур) длиной около 20 см, линейка (30-40 см).

Решение

Гибкую бельевую веревку растяните на столе перпендикулярно краю стола. Измерьте длину веревки l.

Постепенно свешивайте часть веревки со стола до тех пор, пока веревка не начнет скользить. Измерьте длину свешенной части x в момент начала скольжения.



На лежащую, на столе часть веревки действуют сила тяжести, сила трения, сила натяжения и сила реакции опоры, и справедливо выражение

$$m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \overrightarrow{F_{mp}} = \vec{0} \qquad (1)$$

На свешивающуюся часть веревки действуют сила тяжести и сила натяжения и справедливо выражение

$$m_2\vec{g} + \vec{T} = \vec{0} \ (2)$$

Спроецируем полученные выражения на оси Ox и Oy

$Ox: T - F_{mp} = 0$ и $Oy: N - m_1 g = 0$ и $Oy: T - m_2 g = 0$

Решим полученную систему уравнений

$$T = F_{mp} = \mu N = \mu m_1 g = m_2 g \qquad (3)$$

Выразим коэффициент трения

$$\mu = \frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{\rho S x}{\rho S(l-x)} \qquad (4)$$

Так как шнур (веревка) имеют везде одинаковую плотность ρ и толщину (площадь поперечного сечения S), после преобразований получаем расчетную формулу:

$$\mu = \frac{x}{l-x} \qquad (5)$$

Критерий оценивания

№	Содержание этапа решения	баллы
1	Измерена длина веревки l	1 балл
2	Указано, что необходимо постепенно свешивать с края стола часть веревки до тех пор, пока веревка не начнет скользить.	2 балла
3	Измерена длина свешенной части веревки x в момент начала скольжения	1 балл

4	Записаны законы Ньютона для лежащей на столе и свешивающейся части веревки, формулы (1) и (2).	2 балла
5	Выведена расчетная формула для μ, формула (5)	2 балла
6	Рассчитан коэффициент трения	1 балл
	Итого	10 баллов