педагогу

Всероссийская олимпиада школьников 2016-2017
физика (муниципальный этап)
Калининград,
10 класс

Общее время выполнения работы – **3 часа 30 минут**.
Максимальное количество баллов - 50
При выполнении работы можно пользоваться непрограммируемым калькулятором.

ЗАДАЧА 1. (10 баллов)

На гладкой горизонтальной плоскости лежит неподвижно обруч массой m_1 и диаметром d. Внутри него по плоскости со скоростью υ по направлению диаметра начинает двигаться без трения шайба массой m_2 . Определить время между ударами шайбы в одну и ту же точку обруча. Размерами шайбы пренебречь, а удары считать абсолютно упругими.

РЕШЕНИЕ.

Из законов сохранения импульса и энергии при упругом центральном ударе двух тел

$$m_1 \upsilon_{1x} + m_2 \upsilon_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}\,, \quad (1)$$

$$\frac{m_1\upsilon_{1x}^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_{2x}^2}{2} = \frac{m_1 u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 u_{2x}^2}{2} \qquad (2)$$

легко получить, что $\upsilon_{1x} + u_{1x} = \upsilon_{2x} + u_{2x}$, (3)

где индекс x означает проекцию на направление между центрами тел, υ, u - скорости до и после удара. Откуда

$$\upsilon_{1x} - \upsilon_{2x} = -(u_{1x} - u_{2x})\,, \qquad (4)$$

т.е. относительная скорость тел до и после удара по величине не меняется, меняется только ее направление.

Применяя этот вывод к рассматриваемому случаю и учитывая, что шайба между ударами в одну точку обруча проходит относительно него расстояние $2l$, а ее относительная скорость υ постоянна, имеем $t = \frac{2l}{\upsilon}$.

ОТВЕТ: $t = \frac{2l}{\upsilon}$

Критерии оценки задачи № 1:

1	Записаны уравнения закона сохранения импульса и энергии	3
2	Получено соотношение между скоростями (4)	2
3	Сделан вывод постоянства величины относительных скоростей	3
4	Получено выражение времени движения	2

ЗАДАЧА 2. (10 баллов)

На дне глубокой шахты лежало 700 кг льда при температуре 0°С. В шахту сбросили 678 л горячей воды. В момент падения на лед ее температура равнялась **81,062°С**, весь лед при этом растаял. На какой наименьшей глубине находился в шахте лед, если удельная теплоемкость воды равна 4,2 кДж/(кг·°С), а удельная теплота плавления льда равна 330 кДж/кг? Трением о воздух в процессе падения пренебречь.

РЕШЕНИЕ.

Тепловой энергии воды, выделившейся при ее охлаждении до 0°С,

$$Q_1 = cm_1\Delta t$$

чуть-чуть недостаточно, чтобы растаял весь лед

$$Q_2 = \lambda m_2 .$$

Положение спасает высвободившаяся при падении потенциальная энергия:

$$E = m_1 gh$$

Запишем закон сохранения энергии в процессе:

$$Q_1 + E_П = Q_2$$

Это позволяет оценить минимальную высоту падения: $h \geq 24{,}75$ м

ОТВЕТ: $h \geq 24{,}75$ м.

Критерии оценки задачи № 2:

1	Вычислено значение количества теплоты выделившегося при охлаждении воды Q_1	2
2	Вычислено значение количества теплоты необходимого для плавления льда Q_2	2
3	Сделан вывод о необходимости рассмотрения E_K	2
4	Записано уравнение сохранения энергии в процессе	2
5	Получена оценка высоты h шахты	2

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Грузик подвешен в точке D на трех одинаковых пружинах, закрепленных на горизонтальной линии в точках A, B, C, причем расстояние AB равно длине недеформированной пружины (Рис.1). В положении равновесия $\angle ADB = \angle BDC = 30^0$. Внезапно пружина АД разорвалась. Найти модуль и направление ускорение грузика сразу после разрыва. Массой пружины пренебречь.

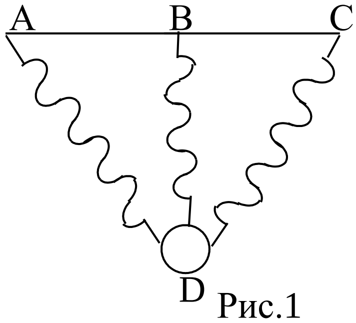


Рис.1

РЕШЕНИЕ

Пусть модули сил натяжения пружин AD и CD равны F_1, а модуль силы натяжения пружины BD равен F_2. Условие равновесия по вертикали дает

$$\frac{2F_1\sqrt{3}}{2} + F_2 = mg . \qquad (1)$$

По закону Гука имеем

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_2 - l_0)} = \frac{l_0}{(\sqrt{3}-1)l_0}, \qquad (2)$$

т.е. $F_2 = (\sqrt{3}-1)F_1,\ l_1 = 2l_0,\ l_2 = \sqrt{3}l_0$.

Так как после разрыва пружины AD сила ее натяжения обратилась в нуль, то сила, действующая на грузик, стала $-\boldsymbol{F}_1$.

Из (1) находим

$$\sqrt{3}F_1 + (\sqrt{3}-1)F_1 = mg, \text{ т.е. } F_1 = \frac{mg}{(2\sqrt{3}-1)}; \qquad (3)$$

Отсюда

$$a = -\frac{F_1}{m}, \ |a| = \frac{g}{(2\sqrt{3}-1)}. \qquad (4)$$

ОТВЕТ: $|a| = \dfrac{g}{(2\sqrt{3}-1)}$.

Критерии оценки задачи № 3:

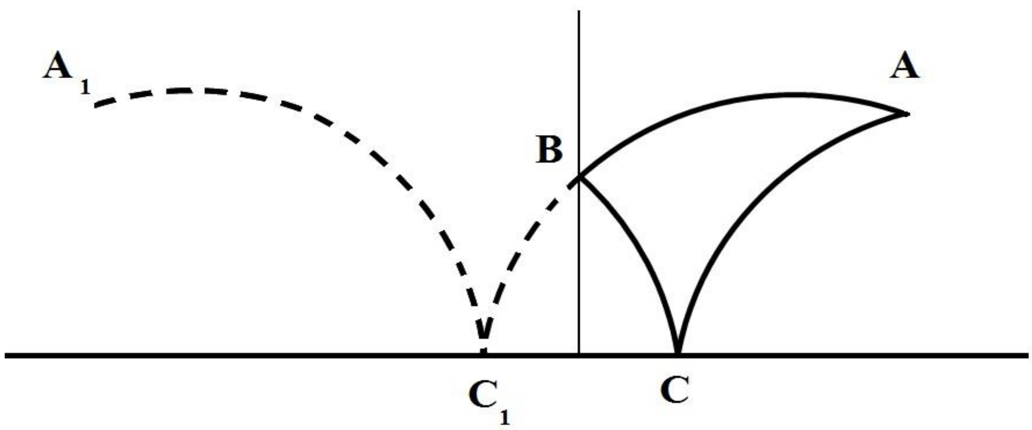
1	Записано условие равновесия (1)	2
2	Найдено соотношение сил и длин пружин до разрыва (2)	3
3	Получено значение силы (3)	3
4	Получено значение ускорения (4)	2

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Спортсмен стоит на расстоянии 10 метров от вертикальной стены и кидает в неё мяч вытянутыми вверх руками. Мяч вылетает из его рук на высоте 2 метра над землей с начальной скоростью 15 м/с. Далее мяч сначала ударяется о стену, затем о пол и возвращается точно в руки спортсмена (по-прежнему вытянутые над головой), находясь на восходящем участке своей траектории. Определите скорость мяча непосредственно перед ударом о пол и угол, который составляет вектор скорости мяча с горизонтом в этот момент времени. Удары мяча о пол и стену считайте абсолютно упругими.

РЕШЕНИЕ.

На рисунке A-B-C-A – траектория полета мяча. Так как мяч отражается от стены абсолютно упруго, то участок траектории B-C-A будет симметричен участку B-C_1-A_1 траектории, которую имел бы мяч, если бы стены не было.



Так как удар мяча о пол тоже абсолютно упругий, то участок траектории B-C_1 симметричен участку C_1-A_1 (некоторой его части). Если перенести участок траектории A_1-C_1 правее, совместив точки на траектории в верхней части, то мы получим траекторию полета мяча C_1-B-A_1(A)-C_1 с пола на пол. Расстояние, которое он пролетает по такой траектории по горизонтали, равно 2L. Скорость мяча у пола можно найти из закона сохранения энергии:

$$mgh + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} \qquad (1)$$

откуда V_1 = 16,25 м/с.

За время полета мяча от пола до пола его вертикальная проекция скорости меняется с $+V_1 \sin\beta$ до $-V_1 \sin\beta$. Тогда время полета $t = \frac{V_1 \sin\beta}{g}$. Дальность полета равна 2L.

Отсюда $\sin(2\beta) = \frac{2Lg}{V_1^2} = 0,74$. (2)

Отсюда β=24°.

ОТВЕТ: V_1 = 16,25 м/с, β=24°.

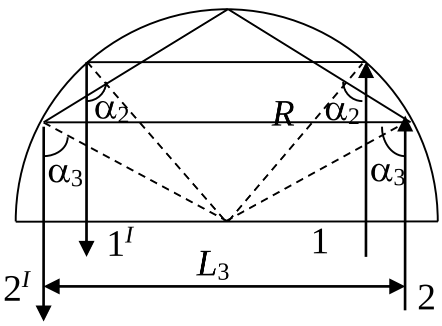
Критерии оценки задачи № 4:

1	Установлена симметричность участков траектории	2
2	Записано уравнение закона сохранения энергии и найдено V_1	3
3	Получены дальность полёта и время полёта	3
4	Найдено значение sin2β и определено значение угла	2

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Диск радиусом R изо льда с показателем преломления n = 1,3 разрезали перпендикулярно его плоскости по диаметру. Перпендикулярно плоскости разреза на одну из половин диска направили узкий параллельный пучок света, который вышел параллельно падающему пучку на некотором расстоянии L от него. Найти расстояние L, если интенсивности падающего и выходящего пучков почти одинаковы.

РЕШЕНИЕ



Пучок света, падающий нормально на диаметральную плоскость разреза диска, должен выйти перпендикулярно указанной плоскости. Поэтому можно утверждать, что ход луча света в диске должен быть симметричным относительно радиуса, перпендикулярного плоскости разреза. На рис. показан ход двух лучей, удовлетворяющих этому условию, причем первый луч испытывает два, а второй - три отражения. Свет внутри диска должен распространяться вдоль сторон правильного многоугольника. Как известно, сумма углов правильного $2k$ - угольника равна $\beta_k = 2\pi(k - 1)$. Поэтому угол падения луча, испытывающего при распространении в половине диска $\boldsymbol{k}$ отражений и выходящего параллельно падающему лучу, должен быть равен

$$\alpha_k = \frac{\beta_k}{4k} = \left(1 - \frac{1}{k}\right)\frac{\pi}{2}. \qquad (1)$$

По условию задачи интенсивность выходящего пучка света должна лишь незначительно отличаться от интенсивности падающего пучка. Это возможно только в там случае, если при отражении света на границе лед-воздух имеет место явление полного внутреннего отражения. Иначе значительная доля энергии падающего света уйдет в преломленные лучи. Это будет происходить при углах падения

$$\alpha \geq \arcsin\frac{1}{n} \approx 50,3^0. \qquad (2)$$

Отсюда следует, что условия задачи будут выполнены, если при своем распространении в половине диска свет будет испытывать не менее трех отражений. Из рис. видно, что

$$L_k = 2\,R\,sin\left[\left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{\pi}{2}\right], \text{ где } k = 3,4,\ \dots \qquad (3)$$

ОТВЕТ: $L_k = 2\,R\,sin\left[\left(1-\frac{1}{k}\right)\frac{\pi}{2}\right]$, где k = 3,4, …

Критерии оценки задачи № 5:

1	Определено условие распространения луча вдоль сторон правильного многоугольника	2
2	Сделано предположение о явлении полного внутреннего отражения	2
3	Определено выражение угла падения α_K (1)	3
4	Определено значение расстояния L	3