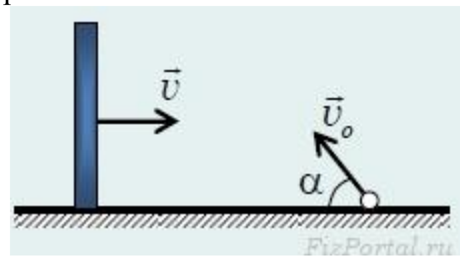
# 10 КЛАСС ЗАДАЧИ И ПРИМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ

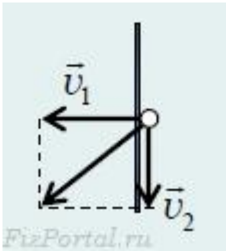
## 1. Столкновение шарика со стенкой.

Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью **$v_0$** под углом **α** к горизонту, упруго ударяется о гладкую вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с постоянной скоростью **v**. Известно, что после упругого удара о стенку шарик возвращается в ту точку, из которой его бросили. Через какое время после броска произошло столкновение шарика со стенкой?




**Решение**.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы. **(1 балл)**
Пусть горизонтальная и вертикальная составляющие скорости шарика при подлете к стенке равны **$v_1$** и **$v_2$** (см. рисунок).




Так как стенка гладкая, вертикальная составляющая скорости шарика в момент удара о стенку не изменится. А поскольку полное время движения тела, брошенного под углом к горизонту, определяется вертикальной проекцией скорости, то время движения **t** будет таким же, как и в отсутствие стенки **(1 балл)**

$$t = 2\upsilon_0 \sin\alpha / g. \ (1) \ (1 \text{ балл})$$

Чтобы найти, как меняется горизонтальная проекция скорости шарика при ударе, перейдем в систему отсчета, связанную со стенкой. В этой системе отсчета горизонтальная проекция скорости шарика до удара равна **$v_1 + v$**. А поскольку масса стенки гораздо больше массы шарика, то его горизонтальная скорость в этой системе отсчета изменится на противоположную. Поэтому в системе отсчета, связанной с землей, горизонтальная составляющая скорости шарика будет направлена от стенки и равна по величине **$\upsilon_1 + 2\upsilon$. (2 балла)**
А поскольку горизонтальная проекция скорости шарика равна **$v_0\cos\alpha$**, то

$$\upsilon_1 + 2\upsilon = \upsilon_0\cos\alpha + 2\upsilon. \ (2) \ (1 \text{ балл})$$

Учтем теперь, что шарик упал в ту же точку, откуда начал движение. Пусть **$t_1$** ? время движения шарика до столкновения со стенкой. Тогда до столкновения шарик прошел расстояние

$$l_1 = \upsilon_0\cos\alpha \times t_1. \ 1 \text{ балл}$$

Расстояние, пройденное шариком после столкновения, определяется горизонтальной проекцией скорости после столкновения и временем от момента столкновения до падения, или с учетом формулы (2)

$$l_2 = (\upsilon_0\cos\alpha + 2\upsilon)(t - t_1). \ (1 \text{ балл})$$

А поскольку шарик упал в ту же точку, то **$l_1 = l_2$**:

$$\upsilon_0\cos\alpha \times t_1 = (\upsilon_0\cos\alpha + 2\upsilon)(t - t_1). \ (3) \ 1 \text{ балл}$$

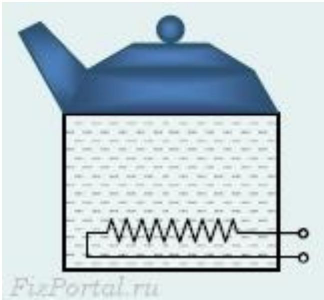
Решая уравнение (3) относительно времени $t_1$ и используя (1), находим

$$t_1 = \upsilon_0 \sin\alpha(\upsilon_0 \cos\alpha + 2\upsilon)/(g(\upsilon_0 \cos\alpha + \upsilon)).$$ **1 балл**

**Всего за задачу 10 баллов**

## 2. Супер чайник.

При испытании новой модели электрического чайника (рис.) оказалось, что вода нагревается почти до **100 °C**, но все же не закипает. Чайник рассчитан на мощность нагревателя **P** и напряжение **110 В**. Тогда чайник подключили к сети **220 В**. За какое время чайник выкипит наполовину? Масса воды в чайнике **m**. Удельная теплота парообразования воды **L**. Крышка чайника плотно закрывается. Чайник изготовлен из металла.



**Решение**.
Приступил к решению задачи, записал основные формулы. **(1 балл)**
Теплообмен чайника со средой определяется температурой поверхности чайника. При нагревании чайника до **100 °C** вся подводимая энергия нагревателя отводится в окружающую среду. И в первом и во втором случае мощность тепловых потерь одинакова и равна **P**. **(1 балл)**
При включении в сеть с напряжением **220 В** мощность нагревателя

$$P_2/P = (U_2^2/R) \times (R/U^2) = 4 \text{ и } P_2 = 4P.$$ **(2 балла)**

Тогда для второго случая

$$4P = P + Q_{пар}/t \text{ и } Q_{пар} = 3Pt.$$ **(2 балла)**

Где

$$Q_{пар} = Lm/2.$$ **(2 балла)**

Тогда

$$3Pt = Lm/2.$$ **(1 балл)**

Отсюда

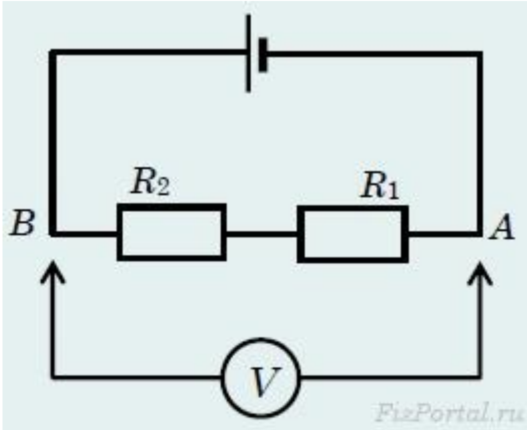
$$t = Lm/(6P).$$ **(1 балл)**

**Всего за задачу 10 баллов**

## 3. На лабораторной работе.

Выполняя лабораторную работу, юный физик собрал схему (см. рисунок). Когда вольтметр был подключен параллельно сопротивлению $R_1$, то его показания оказались равны $U_1 = 2$ **В**, после подключения вольтметра параллельно сопротивлению $R_2$, его показания $U_2 = 1$ **В**, а после подключения к точкам **A** и **B**, он показал $U = 4$ **В**. Что-то не сходится, подумал юный физик и задумался. А каковы в действительности падения напряжения на сопротивлениях $R_1$ и $R_2$? В качестве источника использовалась батарейка.

И еще учитель сказал, что источник можно считать идеальным и его внутренним сопротивлением пренебречь.




**Решение**.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**

При подключении вольтметра к точкам **A** и **B** его показание равно ЭДС источника. Поэтому если вольтметр подключен к сопротивлению $\mathbf{R_1}$, а внутреннее сопротивление вольтметра **R**, то по цепи идет ток

$$\mathbf{I = U/(R_2 + R_1R/(R_1 + R)).\ (1\ балл)}$$

Это означает, что

$$\mathbf{U_1 = U/(R_2 + R_1R/(R_1 + R)) \times R_1R/(R_1 + R).\ (1)\ (2\ балла)}$$

Точно так же

$$\mathbf{U_2 = U/(R_1 + R_2R/(R_2 + R)) \times R_2R/(R_2 + R).\ (2)\ (2\ балла)}$$

Разделив конечное уравнение (1) на уравнение (2), получим

$$\mathbf{U_1/U_2 = R_1/R_2}.$$

Таким образом, $\mathbf{R_1/R_2 = 2/1 = 2}$. **(1 балл)**

При отключенном вольтметре падение напряжения на сопротивлениях $\mathbf{R_1}$ и $\mathbf{R_2}$ равно $\mathbf{U = 4\ В}$. Так как отношение сопротивлений известно, нетрудно найти и падения напряжения $\mathbf{U_1'}$, $\mathbf{U_2'}$ на сопротивлениях:

$$\mathbf{U_1' + U_2' = U,\ U_1'/U_2' = R_1/R_2.\ 1\ балл}$$

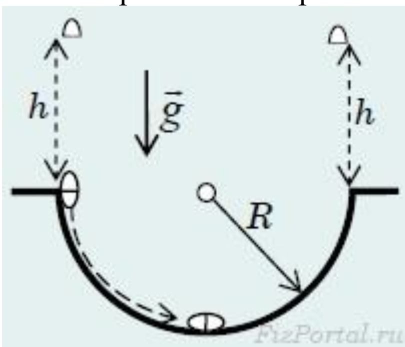
Отсюда

$$\mathbf{U_1' = UR_1/(R_1 + R_2) = U/(1 + R_2/R_1) = 2{,}66\ В;\ U_2' = U - U_1' = 1{,}33\ В.\ (2\ балла)}$$

**Всего за задачу 10 баллов**

**4. Испытание ракеты.**

С края полусферической выемки радиуса **R** отпускают из состояния покоя тело, состоящее из двух половинок с пороховым зарядом между ними. Если взорвать заряд в начальный момент на краю выемки, то обе половинки взлетают на одинаковую высоту **h**. На какие высоты $\mathbf{h_1}$ и $\mathbf{h_2}$ поднялись бы эти половинки, если заряд взорвать в момент прохождения нижней точки выемки? При каком условии левая половинка, после взрыва в нижней точке, не вылетит из выемки. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.



**Решение**.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**

В первом случае, когда заряд взрывается на краю выемки энергия взрыва идет на сообщение телам потенциальной энергии. Скорость, которую сообщает половинке энергия взрыва

$$E = m\upsilon^2/2 = mgh. \text{ (1 балл)}$$

Следовательно, при взрыве заряда половинка тела приобретает скорость

$$\upsilon^2 = 2gh. \text{ (1) (1 балл)}$$

Во втором случае, в нижней точке выемки тело имеет кинетическую энергию

$$mu^2/2 = mgR, \text{ (1 балл)}$$

и, следовательно, перед разрывом заряда, скорость

$$u^2 = 2gR. \text{ (2) (1 балл)}$$

Правая половинка, в результате энергии взрыва получит дополнительную скорость **u + v**, а левая половинка **v − u**. **(1 балл)**

Кинетическая энергия правой (левой) половинки равна потенциальной энергии относительно нижней точки разрыва

$$m(\upsilon + u)^2/2 = mg(R + h_1),\ m(\upsilon - u)^2/2 = mg(R + h_2) \text{ (1 балл)}$$

Откуда

$$h_1 = (\upsilon + u)^2/(2g) - R \text{ и } h_2 = (\upsilon - u)^2/(2g) - R. \text{ (3) (1 балл)}$$

Сделаем подстановку (1) и (2) в (3)

$$h_{12} = h \pm 2\sqrt{Rh}. \text{ (1 балл)}$$

Приравняем к нулю уравнение

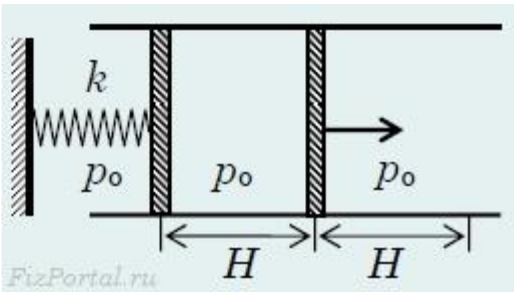
$$h_2 = h - 2\sqrt{Rh} = 0, \text{ откуда } h = 4R. \text{ (1 балл)}$$

Если после взрыва заряда на краю выемки, половинки поднялись на высоту меньшую **4R**, то при взрыве в нижней точке выемки, левая половинка не вылетит за пределы выемки.

**Всего за задачу 10 баллов**

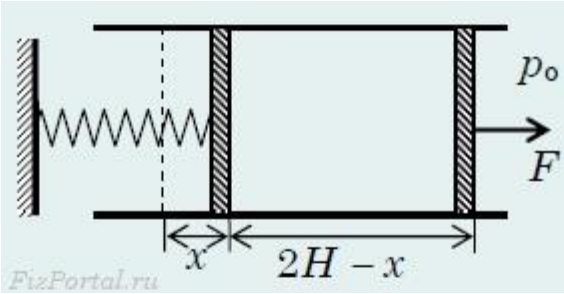
## 5. Тянем потянем.

В горизонтально закрепленной, открытой с торцов трубе сечением **S** находятся два поршня. В исходном состоянии левый поршень соединен недеформированной пружиной жесткости **k** со стенкой, давление газа между поршнями равно атмосферному $p_o$, расстояние **H** от правого поршня до края трубы равно расстоянию между поршнями. Правый поршень медленно вытянули до края трубы. Какую минимальную силу надо приложить к поршню, чтобы удержать его в этом положении? Температура постоянна, трением пренебречь.




**Решение**.

Приступил к решению задачи, выполнил рисунок, записал основные формулы **(1 балл)**




Запишем условие равновесия левого поршня

$$\mathbf{p_oS - kx - p_1S.\ (1)\ (1\ балл)}$$

Условие равновесия правого поршня:

$$\mathbf{p_1S + F - p_oS = 0.\ (2)\ (1\ балл)}$$

Применим закон Бойля-Мариотта

$$\mathbf{p_oH = p_1(2H - x).\ (3)\ (1\ балл)}$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$\mathbf{F = kx}, \text{ т.е. } \mathbf{x = F/k.\ (1\ балл)}$$

Из уравнения (2)

$$\mathbf{p_1 = p_o - F/S.\ (1\ балл)}$$

Из уравнения (3)

$$\mathbf{p_oH = (p_o - F/S) \times (2H - F/k)}.$$

Таким образом, получаем квадратное уравнение

$$\mathbf{F^2 - F(2kH + p_oS) + p_oHkS = 0.\ 2\ балла}$$

$$\mathbf{F_{12} = (2kH + p_oS \pm \sqrt{\{(2kH + p_o)^2 - 4p_oHkS\}})/2}.$$

$$\mathbf{F_{12} = kH + p_oS/2 \pm \sqrt{\{(kH)^2 + (p_oS/2)^2\}}.\ (1\ балл)}$$

При $\mathbf{k \to 0}$, $\mathbf{F \to 0}$, окончательно получаем

$$\mathbf{F = kH + p_oS/2 - \sqrt{\{(kH)^2 + (p_oS/2)2\}}.\ (1\ балл)}$$

**Всего за задачу 10 баллов**