

10 класс

1. Высокий вертикальный сосуд с плоскими стенками и основанием в виде квадрата со стороной b движется по горизонтальной поверхности с постоянным ускорением \vec{a} , перпендикулярным боковой грани сосуда. Сосуд частично заполнен водой, причем уровень воды относительно дна до начала движения равен H . Определить максимальное давление в воде во время движения сосуда. Плотность воды ρ . (10 баллов)

$$\text{Ответ: } P_{\max} = \left(H + \frac{ab}{2g} \right) \rho g$$

Решение

В неинерциальной системе отсчета, связанной с сосудом, возникает эффективное “тяготение” с ускорением свободного падения

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}, \quad (1)$$

и при этом плоский уровень воды в сосуде по отношению к горизонту составляет угол α , причем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$. “Вертикаль” в данной системе отсчета составляет также угол α с обычной вертикалью.

На Рис. 1 изображен вид сбоку – со стороны боковой поверхности сосуда – уровень CD воды в сосуде, причем $AB=h$ – максимальная глубина от поверхности воды до дна (нижний угол сосуда, а $AB \perp CD$). Следовательно, искомое максимальное давление воды в сосуде равно

$$P_{\max} = \rho g' h = \rho h \sqrt{a^2 + g^2}. \quad (2)$$

Из Рис. 1 также видно, что

$$h = y \cos \alpha \equiv y \frac{g}{\sqrt{a^2 + g^2}}. \quad (7)$$

$$\left(\cos \alpha \equiv \frac{g}{\sqrt{a^2 + g^2}}, \text{ т.к. } \operatorname{tg} \alpha = a/g, \text{ а } 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right).$$

Поэтому из (2) с учетом (1), (6) – (7) окончательно получаем, что

$$P_{\max} = \left(H + \frac{ab}{2g} \right) \rho g.$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для давления, площадей и объемов
5-6	Есть понимание физики явления.
4-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

2. К шарiku массы m , подвешенному на длинной невесомой нити, прикрепена легкая горизонтальная пружина жесткости k , соединенная другим концом с массивным телом. Найти период T малых колебаний такой системы. Длина нити равна l . (10 баллов)

$$\text{Ответ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + (kl/m)}}$$

Решение

При отклонении маятника на малый угол α от вертикали (рис.1 удлинение пружины составит величину $x \cong l\alpha$, следовательно проекция силы упругости $\vec{F}_{\text{уп}}$ пружины на направление скорости шарика равна $kx \cos \alpha \cong kx \cong kl\alpha$. При этом проекция силы тяжести $m\vec{g}$ на это же направление равна $mg \sin \alpha \cong mg\alpha$. Это

означает, что шарик колеблется как бы под действием одной силы тяжести $m\vec{g}'$ с ускорением свободного падения $g' = g + kl/m$, так как вследствие принципа суперпозиции силы $\vec{F}_{упр}$ и $m\vec{g}$ должны складываться, так, чтобы выполнялось $mg'\alpha \equiv (mg + kl)\alpha$. Таким образом, искомый период колебаний равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + (kl/m)}}.$$

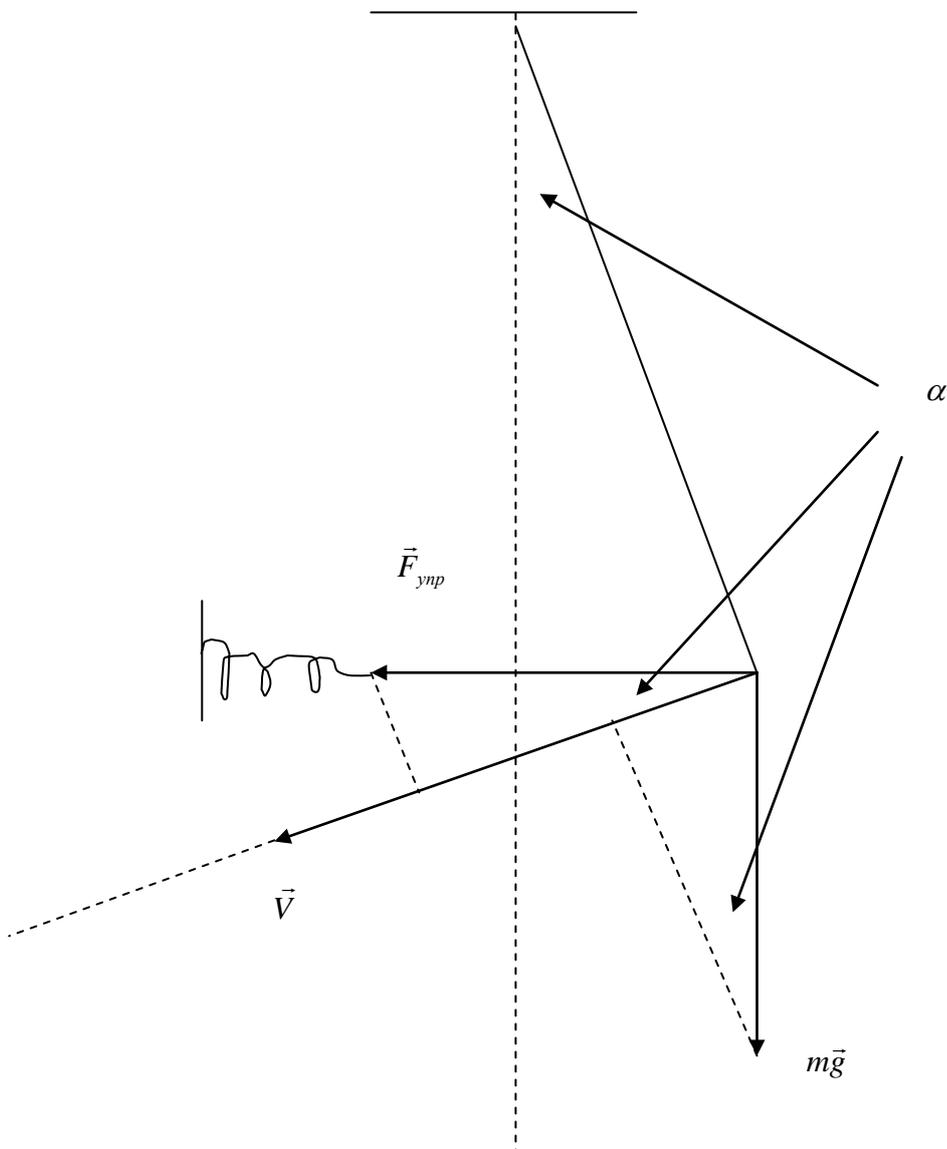


Рис. 1

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-8	Правильно записаны выражения для сил и их проекций
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

3. В кипятильник налили 2л холодной воды при температуре 10°C , и через 4 минуты вода закипела. Затем в кипятильник долили еще 1л такой же холодной воды. Через какое время вода вновь закипит? (10 баллов)

Ответ: 2 мин

Решение

Пусть T - температура смеси 2л кипятка (100°C) и 1л холодной воды (10°C). Составляем уравнение теплового баланса:

$$cm_{100}(100 - T) = cm_{10}(T - 10), \quad (1)$$

где $m_{100} = 2m_{10}$ - масса кипятка (2л) по отношению к массе m_{10} долитой холодной воды (1л); c - удельная теплоемкость воды. Из (1) следует, что температура смеси

$$T = 70^{\circ}\text{C}. \quad (2)$$

Таким образом, чтобы нагреть теперь 3л воды, взятой при температуре $T = 70^{\circ}\text{C}$, до температуры 100°C (до кипения) необходимо затратить

$$Q = c3m_{10}(100^{\circ} - 70^{\circ}) \equiv 90cm_{10} \text{ Дж} \quad (3)$$

тепла.

Пусть P - эффективная мощность кипятильника (с учетом к.п.д.). Тогда по условию за время $t_1 = 4 \text{ мин}$ 2л ($2m_{10}$) холодной воды при 10°C получают от кипятильника до момента закипания

$$Q_1 = c2m_{10}(100^{\circ} - 10^{\circ}) \equiv 180cm_{10} = P \cdot t_1 \text{ Дж}. \quad (4)$$

Пусть, далее, t - искомое время за которое произойдет закипание смеси (70°C) из 2л кипятка и 1л холодной долитой воды. Тогда в согласии с (3) и (4) имеем:

$$Q = c3m_{10}(100^{\circ} - 70^{\circ}) \equiv 90cm_{10} = P \cdot t. \quad (5)$$

Сравнивая (4) и (5), получаем, что

$$t = t_1 \frac{Q}{Q_1} = \frac{90cm_{10}}{180cm_{10}} t_1 = t_1 / 2 = 2 \text{ мин}. \quad (6)$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
-------	------------------------------------

10	Полное верное решение. Решена система уравнений.
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
7-8	Правильно записаны выражения для количества тепла
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

4. Найдите минимально возможное расстояние между предметом и его действительным изображением, если оптическая сила тонкой линзы равна 8 дптр. (8 баллов)

Решение:

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{h-d} = D$$

Где h - расстояние между предметом и изображением, d – расстояние между предметом и линзой.

Откуда

$$-d^2 + hd - \frac{h}{D} = 0$$

Данное уравнение имеет решение, если дискриминант неотрицателен:

$$h^2 - 4\frac{h}{D} = h(h - \frac{4}{D}) \geq 0$$

Откуда минимально возможное расстояние:

$$h = \frac{4}{D} = 0,5\text{ м} = 50\text{ см}$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Получено квадратное уравнение
4-5	Правильно записаны выражения для оптической силы линзы
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.

5. Медный провод длиной $L=1\text{ м}$ и диаметром $d=1\text{ мм}$ перегибают в N точках под углом 90° . Оценить N , если при этом электрическое сопротивление провода меняется на 1%. (8 баллов)

$$\text{Ответ: } N \cong 10^{-2} \frac{4L}{\pi d} \approx 13.$$

Решение

На каждом сгибе длина провода увеличивается в среднем на величину порядка

$\frac{\pi}{2}r$, где $r = d/2$ - радиус провода. Поэтому $\Delta L \cong N \frac{\pi}{2}r = \frac{\pi d N}{4}$. Относительное

изменение сопротивления провода равно

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta L}{L} \cong \frac{\pi d N}{4L}. \quad (1)$$

По условию $\frac{\Delta R}{R} = 10^{-2} \equiv 1\%$, поэтому из (1) получаем

$$N \cong 10^{-2} \frac{4L}{\pi d} \approx 13$$

Критерии оценки

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение. Решена система уравнений.
7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты.
6-7	Правильно записано выражение для электрического сопротивления в зависимости от длины провода
4-5	Есть понимание физики явления.
3-1	Есть уравнения, но отсутствует решение.