

Физика, 10 класс, муниципальный этап

Возможные решения задач

Задача № 1. «Тренировка» (10 баллов)

Ваня решил укрепить мышцы на руках. Для этого он придумал следующее упражнение: перекинув очень длинную тяжелую веревку через легкий блок, закрепленный на потолке спортивного зала, он ухватывается за один конец веревки и начинает быстро перебирать руками. Найти такую установившуюся скорость веревки, при которой Ваня будет все время оставаться на одной высоте над горизонтальной поверхностью пола. Сможет ли он выполнить это упражнение? Масса мальчика $M = 60$ кг, масса на единицу длины (линейная плотность материала) веревки $\rho = 1,5$ кг/м. Трения в блоке нет. Считать, что в процессе движения веревка висит все время вертикально и ничто не препятствует ее движению.

Возможное решение:

Веревка с двух сторон блока уравновешена, причем, уравновешивающая сила определяется весом Вани и равна Mg . В установившемся режиме эта сила способствует вытягиванию веревки с противоположной стороны блока, сообщая импульс вытянутым кускам. Пусть скорость установившегося движения составляет u , тогда за время t длина веревки, вступившей в движение, составит

$$\ell = ut, \quad (1)$$

масса этой веревки

$$m = \rho \ell = \rho ut, \quad (2)$$

изменение импульса этой веревки

$$\Delta p = \rho u^2 t. \quad (3)$$

Приравняем эту величину к импульсу уравновешивающей силы:

$$\rho u^2 t = Mgt. \quad (4)$$

Тогда скорость

$$u = \sqrt{\frac{Mg}{\rho}} \approx 20 \text{ м/с}. \quad (5)$$

Очевидно, что с такой скоростью Ваня не сможет перебирать руками и не выполнит задуманное упражнение.

Критерии оценивания

Записана длина веревки, вступившей в движение (1) – 1 балл

Записана масса веревки, вступившей в движение (2) – 2 балла

Записано выражение для изменения импульса веревки (3) – 2 балла

Записан закон изменения импульса (4) – 2 балла

Найдена скорость веревки (5) – 2 балла

Сделан правильный вывод – 1 балл

Задача № 2. «Распад ядра» (10 баллов)

Радиоактивное атомное ядро с удельной внутренней энергией (внутренней энергией, деленной на массу) ε_1 , летящее со скоростью $v = 100 \text{ м/с}$, распадается на два одинаковых осколка с удельной внутренней энергией ε_2 . Известно, что угол разлета осколков оказался максимально возможным. Найдите этот угол и скорости осколков, если $\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 = v^2/4$.

Возможное решение:

Пусть m – масса ядра, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 – скорости осколков.

Запишем законы сохранения импульса и энергии следующим образом:

$$m\vec{v} = \frac{m}{2}\vec{v}_1 + \frac{m}{2}\vec{v}_2, \quad (1)$$

$$\frac{mv^2}{2} + m\varepsilon_1 = \frac{mv_1^2}{4} + \frac{mv_2^2}{4} + 2m\varepsilon_2. \quad (2)$$

Возводя обе части уравнения закона сохранения импульса в квадрат и вводя угол α между векторами скоростей разлетающихся осколков, получим:

$$4v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \alpha. \quad (3)$$

С учетом этого выражения закон сохранения энергии можно представить в следующем виде:

$$v_1v_2 \cos \alpha = v^2 - 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2). \quad (4)$$

Из условия задачи следует, что $\varepsilon_1 > 2\varepsilon_2$ и $v > \sqrt{2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}$, поэтому $0 \leq \alpha \leq \pi/2$.

Выражая теперь скорость v_2

$$v_2 = \frac{v^2 - 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}{v_1 \cos \alpha}, \quad (5)$$

и подставляя в уравнение (3), найдем

$$v_1^2 = [v^2 + 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)] \left[1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{v^2 - 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}{\cos \alpha (v^2 + 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2))} \right)^2} \right]. \quad (6)$$

Условие положительности подкоренного выражения приводит к следующему условию на $\cos \alpha$:

$$\cos \alpha \geq \frac{v^2 - 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}{v^2 + 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}, \quad (7)$$

откуда

$$\alpha_{\max} = \arccos \frac{v^2 - 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}{v^2 + 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)} \approx 71^\circ, \quad (8)$$

$$v_1 = v_2 = \sqrt{v^2 + 2(\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)} \approx 123 \text{ м/с}. \quad (9)$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения импульса (1) – 1 балл

Записан закон сохранения энергии (2) – 1 балл

Записана формула (4) – 2 балла

Записано условие на косинус угла разлета осколков (7) – 2 балла

Найден максимальный угол разлета осколков (8) – 2 балла

Найдены скорости осколков – 2 балла

Задача № 3. «Два цилиндра» (10 баллов)

Два однородных цилиндра одинаковых размеров, но изготовленных из разных металлов, очень плотно соединили друг с другом основаниями, а боковую поверхность теплоизолировали. После этого свободный конец первого цилиндра поместили в кипящую воду, а свободный конец второго – в лед. Считая, что температуры концов поддерживаются постоянными, найдите температуру системы в месте соединения цилиндров. Теплопроводность первого цилиндра в 10 раз больше теплопроводности второго.

Возможное решение:

Так как потери через боковые поверхности цилиндров отсутствуют, то в установившемся состоянии количество тепла, протекающего в единицу времени через любое сечение нашей системы, будет одинаково и может быть выражено следующим образом:

$$Q = a\Delta T \quad (1)$$

где a – постоянный коэффициент, пропорциональный теплопроводности вещества.

Пусть

T_1 – температура свободного основания первого цилиндра, находящегося в кипящей воде,

T_2 – температура соприкасающихся оснований,

T_3 – температура свободного основания второго цилиндра, находящегося во льду.

Тогда, приравнявая количество тепла, протекающего через сечение первого цилиндра на границе раздела, к количеству тепла, протекающему через сечение второго цилиндра на границе раздела, получим:

$$a_1(T_1 - T_2) = a_2(T_2 - T_3). \quad (2)$$

Откуда находим температуру соприкасающихся оснований:

$$T_2 = \frac{a_1 T_1 + a_2 T_3}{a_1 + a_2} \approx 364 \text{ К}. \quad (3)$$

Критерии оценивания

Записана формула для количества теплоты, проходящего через сечение (1) – 4 балла

Записано равенство потоков тепла на границе раздела цилиндров (2) – 3 балла

Найдена искомая температура (3) – 3 балла

Задача № 4. «Ромб сопротивлений» (10 баллов)

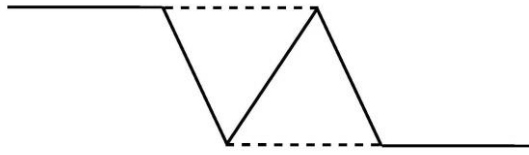


Рис. 1

Электрик Вася решил добавить к пяти одинаковым проводникам, еще два таких же проводника, как показано штриховой линией на рис. 1. Во сколько раз изменится при этом сопротивление цепи?

Возможное решение:

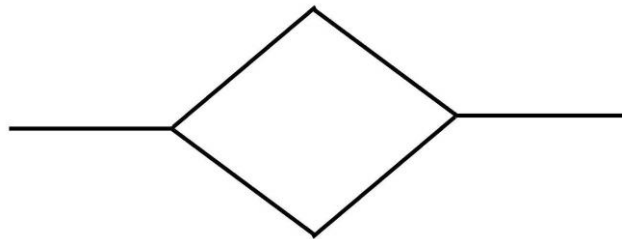


Рис. 2

Пусть сопротивление проводника равно r .

Поскольку ток через диагональ ромба не идет, ее можно удалить.

Тогда получим следующую эквивалентную схему (рис. 2).

Нетрудно видеть, что сопротивление получающегося ромба также равно r , а сопротивление всей конструкции, после добавления внешних проводников

$$R_2 = 3r. \tag{1}$$

Поскольку исходное сопротивление равно

$$R_1 = 5r, \tag{2}$$

то

$$R_1/R_2 = 5/3. \tag{3}$$

Критерии оценивания

Получена эквивалентная схема и найдено ее сопротивление – 4 балла

Записано выражение для исходного сопротивления (2) – 3 балла

Найдено искомое отношение сопротивлений (3) – 3 балла

Задача № 5. «Наблюдатель» (10 баллов)

Десятиклассник Петя очень любит небо и мечтает стать летчиком. Поэтому он очень любит наблюдать за самолетами. Как-то раз он увидел неслышно приближающийся к нему самолет. Когда самолет миновал Петю, он услышал звук двигателей в момент, когда направление, в котором виден самолет, составляет угол $\varphi = 45^\circ$ с горизонтом. Помогите Пете объяснить это явление и найдите скорость самолета, если скорость звука в воздухе $v_0 = 340 \text{ м/с}$.

Возможное решение:

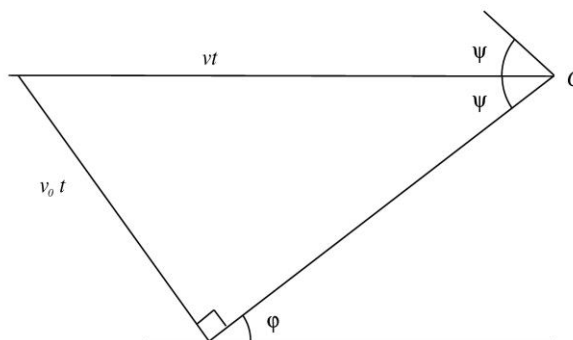


Рис. 3

Из условия задачи следует, что самолет движется со скоростью, большей скорости звука, поскольку в противном случае наблюдатель слышал бы шум самолета и тогда, когда самолет пролетает над ним, – звук опережал бы самолет.

Известно, что если волновая поверхность, идущая перед источником, движется со скоростью v , большей, чем скорость звука в данной среде, она представляет собой коническую поверхность с углом 2ψ при вершине конуса (см. рис. 3, где точка С соответствует положению самолета).

Поэтому

$$v \sin \psi = v_0. \tag{1}$$

Поскольку $\psi = \varphi$, то скорость самолета

$$v = \frac{v_0}{\sin \varphi} \approx 481 \text{ м/с}. \tag{2}$$

Критерии оценивания

Записано объяснение наблюдаемого явления – 4 балла

Записано выражение (1) – 2 балла

Записано равенство углов $\psi = \varphi$ – 2 балла

Найдена скорость самолета (2) – 2 балла

Всего за все задания олимпиады – 50 баллов.